1) (ITA) Se P(x) é um polinômio do 5º grau que satisfaz as condições 1 = P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) e P(6) = 0, então temos:

a) P(0) = 4
b) P(0) = 3
c) P(0) = 9
d) P(0) = 2
e) N.D.A.

2) (UFC) Seja P(x) um polinômio de grau n ≥ 1, com coeficientes reais. Sabendo que P(3 + i) = 2 - 4i, onde $i^2 = -1$, calcule P(3 - i).

3) (ITA) No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio p(x) cujos coeficientes somam 32. Se 0 e -1 são raízes de p(x), então a soma a + b + c é igual a

a) $-\frac{1}{2}$
b) $-\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) 1
e) $\frac{3}{2}$

4) (Unicamp) Determine o quociente e o resto da divisão de $x^{100} + x + 1$ por $x^2 - 1$.

5) (UNICAMP) Seja $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ um polinômio de grau n tal que $a_n \neq 0$ e $a_j \in$ IR para qualquer j entre 0 e n. Seja $g(x) = na_n x^{n-1} + (n - 1)a_{n-1}x^{n-2} + ... + 2a_2 x + a_1$ o polinômio de grau n - 1 em que os coeficientes $a_1, a_2, ..., a_n$ são os mesmos empregados na definição de f(x).
a) Supondo que n = 2, mostre que
$g\left(x + \frac{h}{2}\right) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$,para todo x, $h \in$ IR, $h \neq 0$.
b) Supondo que n = 3 e que $a_3 = 1$, determine a expressão do polinômio f(x), sabendo que f(1) = g(1) = f(-1) = 0.

6) (UFSCar) Em relação a P(x), um polinômio de terceiro grau, sabe-se que P(-1) = 2, P(0) = 1, P(1) = 2 e P(2) = 7.
a) Determine a equação reduzida da reta que passa pelo ponto em que o gráfico da função polinomial P(x) cruza o eixo y, sabendo que essa reta tem coeficiente angular numericamente igual à soma dos coeficientes de P(x).
b) Determine P(x).

7) (Fuvest) Considere um polinômio não nulo p(x) tal que $(p(x))^3 = x^2.p(x) = x.p(x^2)$ para todo x real.
a) qual é o grau de p(x)?
b) Determine p(x).

8) (Fuvest) Sabendo-se que p(x) é um polinômio, a é uma constante real e $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + \frac{a.\cos x}{2 + x^2}$ é um identidade em x, determine:
a) O valor da constante a. Justifique
b) as raízes da equação p(x) = 0.

9) (Fuvest) Um polinômio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ satisfaz as seguintes condições: P(1) = 0; P(-x) + P(x) = 0, qualquer que seja x real. Qual o valor de P(2) ?
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

10) (Fuvest) Dado o polinômio complexo $p(z) = z^2 + (1+i)^2$ expresse, na forma a + bi, com a e b reais:
a) $p\left(\frac{2}{1-i}\right)$
b) as raízes do polinômio

11) (Fuvest) O polinômio P é tal que $P(x) + x.P(2-x) = x^2 + 3$ para todo x real.
a) Determine P(0), P(1) e P(2).
b) Demonstre que o grau de P é 1.

12) (Unifesp) A divisão de um polinômio p(x) por um polinômio k(x) tem $q(x) = x^3 + 3x^2 + 5$ como quociente e $r(x) = x^2 + x + 7$ como resto. Sabendo-se que o resto da divisão de k(x) por x é 2, o resto da divisão de p(x) por x é
a) 10.
b) 12.
c) 17.
d) 25.
e) 70.

13) (UFC) O coeficiente de x^3 no polinômio $p(x) = (x - 1)\cdot(x + 3)^5$ é:
a) 30
b) 50
c) 100
d) 120
e) 180

14) (Vunesp) Considere o polinômio
$p(x) = x^3 - mx^2 + m^2x - m^3$, em que $m \in$ R. Sabendo-se que 2i é raiz de p (x), determine:

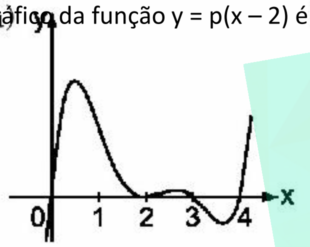
a) os valores que m pode assumir;
b) dentre os valores de m encontrados em (a), o valor de m tal que o resto da divisão de p(x) por (x – 1) seja –5.

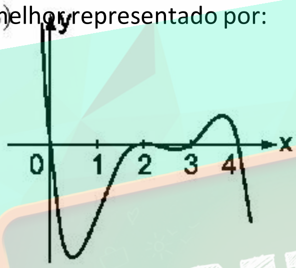
15) (UNIUBE) O resto r(x) da divisão de p(x) = x^{2001} por q(x) = x^2-1 é igual a

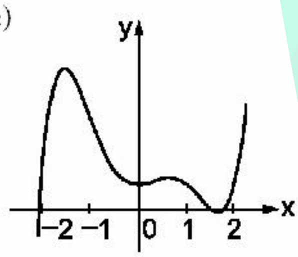
a) x^3
b) x
c) -x -1
d) x^{1999} -1

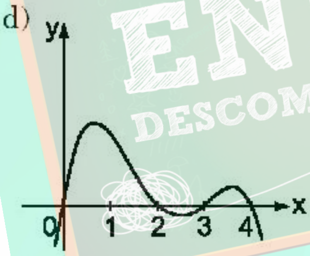
16) (IBMEC) Seja P(x) um polinômio de coeficientes reais com P(1 – i) = 2 + 3i. Logo, P(1 + i) é igual a:
a) 1 – i
b) 1 + i
c) 2 + 3i
d) 2 – 3i
e) $\sqrt{13}$

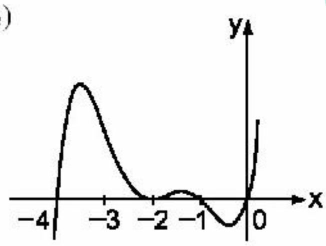
17) (Fuvest) Dado o polinômio p(x) = x^2.(x – 1) (x^2 - 4), o gráfico da função y = p(x – 2) é melhor representado por:

a)


b)


c)


d)


e)


18) (Fuvest) P(x) é um polinômio de grau ≠ 2 e tal que P(1) = 2 e P(2) = 1. Sejam D(x) = (x – 2) (x – 1) e Q(x) o quociente da divisão de P(x) por D(x).

a) Determine o resto da divisão de P(x) por D(x).
b) Sabendo que o termo independente de P(x) é igual a 8, determine o termo independente de Q(x).

19) (ITA) A divisão de um polinômio f(x) por (x - 1)(x - 2) tem resto x + 1. Se os restos das divisões de f(x) por x - 1 e x - 2 são, respectivamente, os números **a** e **b**, então $\mathbf{a^2 + b^2}$ vale:

a) 13
b) 5
c) 2
d)1
e) 0

20) (Fuvest) Seja p(x) um polinômio divisível por x–3. Dividindo p(x) por x–1 obtemos quociente q(x) e resto r=10. O resto da divisão de q(x) por x–3 é:
a) –5
b) –3
c) 0
d) 3
e) 5

21) (FUVEST) O polinômio p(x) = $x^3 + ax^2 + bx$, em que a e b são números reais, tem restos 2 e 4 quando dividido por x – 2 e x - 1, respectivamente.
Assim, o valor de a é
a) - 6
b) - 7
c) - 8
d) - 9
e) - 10

22) (UNIFESP) Se $\dfrac{x}{x^2-3x+2}=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x-2}$ é verdadeira para todo x real, x ≠ 1, x ≠ 2, então o valor de a.b é

a) – 4.
b) – 3.
c) – 2.
d) 2.
e) 6.

23) (VUNESP) Seja x um número real positivo. O volume de um paralelepípedo reto-retângulo é dado, em função de x, pelo polinômio $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$. Se uma aresta do paralelepípedo mede x+1, a área da face perpendicular a essa aresta pode ser expressa por:
a) $x^2 – 6x + 8$.
b) $x^2 + 14x + 8$.
c) $x^2 + 7x + 8$.
d) $x^2 – 7x + 8$.
e) $x^2 + 6x + 8$.

24) (UFC) Os números reais *a*, *b*, *c* e *d* são tais que, para todo *x* real, tem-se

$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x^2 + x - 2)(x - 4) - (x + 1)(x^2 - 5x + 3)$.

Desse modo, o valor de $b + d$ é:
a) –2
b) 0
c) 4
d) 6
e) 10

25) (Vunesp) Se a, b, c são números reais tais que $ax^2 + b(x + 1)^2 + c(x + 2)^2 = (x + 3)^2$ para todo x real, então o valor de a - b + c é
a) -5.
b) -1.
c) 1.
d) 3.
e) 7.

26) (Mack)
Considerando o resto r(x) e o quociente Q(x) da divisão acima, se r(4) = 0, Q(1) vale

$ax^4 + 5x^2 - ax + 4$	$x^2 - 4$
r(x)	Q(x)

a) 1
b) -3
c) -5
d) -4
e) 2

27) (UFPB) Considerando as proposições sobre polinômios, assinale com V a(s) verdadeira(s) e com F, a(s) falsa(s).

( )Sejam $f(x)$ e $g(x)$ polinômios não-nulos tais que $f(2) = g(2) = 0$. Se $r(x)$ é o resto da divisão de $f(x)$ por $g(x)$, então $r(2) = 0$.

( )O polinômio $f(x) = x^3 + 3x + 2$ tem uma raiz inteira.
( )Se $f(x)$ e $g(x)$ são polinômios de grau 3, então o grau do produto $f(x)\,g(x)$ é 9.

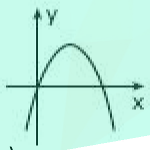
A seqüência correta é:

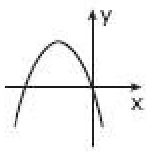
a) VFF
b) FVF
c) FFV
d) VVF
e) VFV
f) FVV

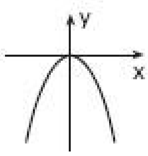
28) (Vunesp) Considere o polinômio $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$, onde b, c e d são constantes reais. A derivada de p(x) é, por definição, o polinômio $p'(x) = 3x^2 + 2bx + c$. Se $p'(1) = 0$, $p'(-1) = 4$ e o resto da divisão de p(x) por x - 1 é 2, então o polinômio p(x) é:
a) $x^3 - x^2 + x + 1$.
b) $x^3 - x^2 - x + 3$.
c) $x^3 - x^2 - x - 3$.
d) $x^3 - x^2 - 2x + 4$.
e) $x^3 - x^2 - x + 2$.

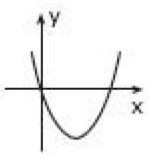
29) (UFV) Éder e Vando, alunos de 7ª série, brincam de modificar polinômios com uma *Regra de Três Passos* (R3P). No 1º passo, apagam o termo independente; no 2ª passo, multiplicam cada monômio pelo seu grau; e, no 3º passo, subtraem 1 no grau de cada monômio. Pela aplicação da R3P ao polinômio $p(x) = (2x + 1)(x - 3)$ obtém-se o polinômio:
a) $4x - 5$
b) $2x + 3$
c) $4x + 5$
d) $4x + 3$
e) $2x - 5$

30) (Mack) Considere o polinômio P(x), do segundo grau, tal que P(x) - P(x + 1) = x, qualquer que seja x real. Sabendo que P(0) = 0, assinale, dentre as alternativas, o melhor esboço gráfico de y = P(x).
a)


b)


c)


d)


e)


31) (Fuvest) Sejam R_1 e R_2 os restos das divisões de um polinômio P(x) por x-1 e por x+1, respectivamente. Nessas condições, se R(x) é o resto da divisão de P(x) por x^2-1 então R(0) é igual a:
a) $R_1 - R_2$
b) $\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$
c) $R_1 + R_2$
d) $R_1.R_2$
e) $\frac{R_1 + R_2}{2}$

32) (Fuvest) Dividindo-se um polinômio p(x) por $(x-1)^2$, obtém-se um resto que, dividido por (x-1), dá resto 3. Ache p(1).

33) (Fuvest) O grau dos polinômios f, g e h é 3. O número natural n pode ser o grau do polinômio não nulo f(g+h) se e somente se:
a) n = 6
b) n = 9
c) $0 \le n \le 6$
d) $3 \le n \le 9$
e) $3 \le n \le 6$

34) (Mack) Um polinômio p(x) tem resto A, quando dividido por (x - A), e resto B, quando dividido por (x - B), sendo A e B números reais. Se o polinômio p(x) é divisível por (x - A).(x - B), então:
a) A = B = 0
b) A = B = 1
c) A = 1 e B = -1
d) A = 0 e B = 1
e) A = 1 e B = 0

35) (UFPA) Considere o polinômio $P(x) = x^3 + 2x^2 + mx + n$, com m, n $\in$ R. Sabendo-se que P(x) + 2 é divisível por x + 2 e P(x)-2 é divisível por x-2, determine os valores de m e n.

36) (Vunesp) Se m é raiz do polinômio real $p(x) = x^6 - (m+1)x^5 + 32$, determine o resto da divisão de p(x) por x–1.

37) (Unitau) Sabe-se que 1, 2 e 3 são raízes de um polinômio do terceiro grau P(x) e que P(0) = 1. logo, P(10) vale:
a) 48.
b) 24.
c) -84.
d) 104.
e) 34.

38) (UEL) O polinômio p tem grau 4n+2 e o polinômio q tem grau 3n-1, sendo n inteiro e positivo. O grau do polinômio p.q é sempre:
a) igual ao máximo divisor comum entre 4n+2 e 3n-1.
b) igual a 7n+1.
c) inferior a 7n+1.
d) igual a $12n^2+2n+2$.
e) inferior a $12n^2+2n+2$.

39) (Mack) O polinômio $P(x) = 3x^3+ax^2+bx+c$ é divisível por $x^2 -3x+2$ e por $x^2 -2x+1$. Então a soma dos números reais a, b e c é:
a) 2
b) -2
c) 3
d) -3
e) zero

40) (Mack) O resto da divisão de um polinômio P(x) por 2x–1 é 4; deste modo, o resto da divisão de $(x^2 -x)$.P(x) por 2x–1 é:
a) -2
b) $-\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{2}$
d) 2
e) 4

41) (ITA) A divisão de um polinômio P(x) por x^2-x resulta no quociente $6x^2+5x+3$ e resto –7x. O resto da divisão de P(x) por 2x+1 é igual a:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

42) (FGV) Sabe-se que o polinômio $f = x^4-x^3-3x^2+x+2$ é divisível por x^2-1. Um outro divisor de f é o polinômio:
a) $x^2 - 4$
b) $x^2 + 1$
c) $(x + 1)^2$
d) $(x - 2)^3$
e) $(x - 1)^2$

43) (UFC) Se a expressão $\frac{2x+5}{4x^2-1} = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{2x-1}$,onde a e b são constantes, é verdadeira para todo número real $x \neq \pm \frac{1}{2}$, então o valor de a+b é:
a) -2
b) -1
c) 1
d) 2
e) 3

44) (Mack) Considerando as divisões de polinômios dados, podemos afirmar que o resto da divisão de P(x) por $x^2 - 8x + 12$ é:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x-2 \\ \cline{2-2} 4 & Q(x) \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} Q(x) & x-6 \\ \cline{2-2} 1 & Q_1(x) \end{array}$$

a) 2 x + 2
b) 2 x + 1
c) x + 2
d) 3 x - 2
e) x + 1

45) (UEL) O polinômio $x^3 - x^2 - 14x + 24$ é divisível por
a) x-1 e x+3
b) x-2 e x+5
c) x-2 e x+4
d) x-3 e x+2
e) x+5 e x-3

46) (Cesgranrio) O resto da divisão do polinômio $P(x)=(x^2+1)^2$ pelo polinômio $D(x)=(x-1)^2$ é igual a:
a) 2
b) 4
c) 2x-1
d) 4x-2
e) 8x-4

47) (Fatec) O polinômio $p = x^3 + \frac{a}{2}x^2 - 7x - \frac{a}{2}$, $a \in R$, é divisível por (x - 2).
Se o polinômio $q = 2ax^3 + 3ax^2 + bx + 1$ é um cubo perfeito, então o valor de b é

a) 6
b) 4
c) 3
d) 2
e) 1

48) (PUC-PR) Dado o polinômio $x^4 + x^3 - mx^2 - nx + 2$, determinar m e n para que o mesmo seja divisível por $x^2 - x - 2$. A soma m + n é igual a:
a) 6
b) 7
c) 10
d) 9
e) 8

49) (Vunesp) Ao dividirmos um polinômio p(x) por (x - c), obtemos quociente $q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 1$ e resto p(c) = 3. Sabendo-se que p(1) = 2, determine
a) o valor de c;
b) o polinômio p(x).

50) (Mack) Se o polinômio $p(x) = x^5 + 4ax^4 + 3x^3 + a^3$, $a \in IR$, é divisível por x - a, então $\sqrt{a^2+1}$ é:
a) $\sqrt{10}$
b) 1
c) 2
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{26}$

Gabarito

1) Alternativa: D
Note que, se todos os restos das divisões por (x-1), (x-2), (x-3), (x-4) e (x-5) são 1, então P(x) -1 é divisível por (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5).
Assim, P(x) - 1 = a(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5). Como P(6) = 0,

temos -1 = a.5.4.3.2.1, ou seja, temos a = $-\frac{1}{120}$.

Daí, P(x) = $-\frac{1}{120}$ (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + 1 e portanto,

fazendo x = 0, temos P(0) = 2.

2) P(3-i) = 2+4i

Resolução: Seja $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, $a_n \neq 0$.

Temos:

$$P(3-i) = a_n(3-i)^n + a_{n-1}(3-i)^{n-1} + \ldots + a_1(3-i) + a_0$$

$$= a_n\left(\overline{3+i}\right)^n + a_{n-1}\left(\overline{3+i}\right)^{n-1} + \ldots + a_1\left(\overline{3+i}\right) + a_0$$

$$= \overline{a_n(3+i)^n} + \overline{a_{n-1}(3+i)^{n-1}} + \ldots + \overline{a_1(3+i)} + \overline{a_0}$$

$$= \overline{a_n(3+i)^n + a_{n-1}(3+i)^{n-1} + \ldots + a_1(3+i) + a_0}$$

$$= \overline{P(3+i)}$$

$$= \overline{2-4i}$$

$$= 2+4i.$$

3) Alternativa: A
(supondo-se coeficientes reais para o polinômio. Caso contrário, não há solução correta.)

4) a) R(x) = x + 2
b) $Q(x) = x^{98} + x^{96} + x^{94} + \ldots + x^2 + 1$

5) a) Para n = 2, temos $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ e $g(x) = 2a_2x + a_1$.
Assim,

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{a_2(x+h)^2 + a_1(x+h) + a_0 - (a_2x^2 + a_1x + a_0)}{h}$$

$$= \frac{a_2x^2 + 2a_2xh + a_2h^2 + a_1x + a_1h + a_0 - a_2x^2 - a_1x - a_0}{h}$$

$$= \frac{h.(2a_2x + a_2h + a_1)}{h}$$

$$= 2a_2\left(x + \frac{h}{2}\right) + a_1$$

$$= g\left(x + \frac{h}{2}\right)$$

b) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

6) a) y = 2x + 1
b) $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{1}{3}x + 1$

7) Se $(p(x))^3 = x^2.p(x)$ então ou p(x) = 0 ou $p(x)^2 = x^2$. Como p(x) é não nulo, então $p(x)^2 = x^2 \Rightarrow p(x) = x$ ou $p(x) = -x$. E ambos também verificam a condição $(p(x))^3 = x.p(x^2)$.
a) grau = 1
b) p(x) = x ou p(x) = -x

8) a) a = 0, considerando-se que os monômios precisam ser da forma $\alpha.x^n$ com α real e n inteiro, para qualquer x.
b) raízes: 0, 1 e 2

9) Alternativa: E

10) a) 4i
b) -1+i e 1-i

11) a) P(0) = 3, P(1) = 2 e P(2) = 1.
b) Como o grau de $x^2 + 3$ é 2, e o grau de x.P(2-x) > grau de P(x), então o grau de x.P(2-x) é 2. Como o grau de x é 1, o grau de P(2-x) é 2-1 = 1. Assim, o grau de P(x) é 1.

12) Alternativa: C

13) Alternativa: E
$(x+3)^5 = x^5 + 5.x^4.3 + 10.x^3.3^2 + 10.x^2.3^3 + 5.x.3^4 + 3^5 = x^5 + 15.x^4 + 90.x^3. + 270.x^2 + 405x. + 243$. Daí o termo de grau 3 em $(x-1)(x+3)^5$ será $270x^3 - 90x^3 = 180x^3$. Portanto, o coeficiente do termo de grau 3 deste polinômio é 180.

14) a) m=2 ou m=-2
b) m=2

15) Alternativa: B

16) Alternativa: D

17) Alternativa: A
Se $p(x) = x^2.(x-1)(x^2-4)$ então $p'(x) = p(x-2) = (x-2)^2.(x-2-1)((x-2)^2-4) = (x-2)^2.(x-3).(x^2-4x) = x(x-2)^2.(x-3).(x-4)$, ou seja, p'(x) têm raízes em x=0, x=2 (raiz dupla), x=3 e x=4.

As únicas alternativas possíveis são (a) e (b). Como $p'(1) = 1.(-1)^2.(1-3).(1-4) = 6$ então o gráfico de p'(x) é positivo para 0<x<2 e a alternativa correta é a (a)

18) a) $R(x) = -x + 3$
b) $\frac{5}{2}$

19) Alternativa: A

20) Alternativa: A

21) Alternativa: A

22) Alternativa: C

23) Alternativa: E

24) Alternativa: D

25) Alternativa: E

26) Alternativa: C

27) Alternativa: A

28) Alternativa: B

29) Alternativa: A

30) Alternativa: B

31) Alternativa: E

32) $p(1) = 3$

33) Alternativa: E

34) Alternativa: A

35) $m = -3$ e $n = -8$

36) Resto = 30

37) Alternativa: C

38) Alternativa: B

39) Alternativa: D

40) Sem alternativa. O resto = -1

41) Alternativa: E

42) Alternativa: C

43) Alternativa: C

44) Alternativa: C

45) Alternativa: C

46) Alternativa: E

47) Alternativa: A

48) Alternativa: E

49) a) $c = 2$
b) $p(x) = 3x^4 - 8x^3 + 5x^2 + 3x + 5$

50) Alternativa: B