

Exercícios de Matemática Análise Combinatória

1) (FUVEST-2010) Seja n um número inteiro, $n \geq 0$.

- Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.
- Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.
- Considere, agora, um número natural k tal que $0 \leq k \leq n$. Supondo que cada uma das distribuições do item b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a k .
Observação: Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

2) (NOVO ENEM-2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

- uma combinação e um arranjo, respectivamente.
- um arranjo e uma combinação, respectivamente.
- um arranjo e uma permutação, respectivamente.
- duas combinações.
- dois arranjos.

3) (FUVEST-2010) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

- 551
- 552
- 553
- 554
- 555

4) (FUVEST-2010) A Gripe A, causada pelo vírus Influenza A (H1N1), tem sido relacionada com a Gripe Espanhola, pandemia ocorrida entre 1918 e 1919. No genoma do vírus Influenza A, há dois genes que codificam proteínas de superfície, chamadas de Hemaglutinina (H) e

Neuraminidase (N), das quais existem, respectivamente, 16 e 9 tipos.

Com base nessas informações, analise as afirmações:

I. O número de combinações de proteínas de superfície do vírus Influenza A é 25, o que dificulta a produção de medicamentos antivirais específicos.

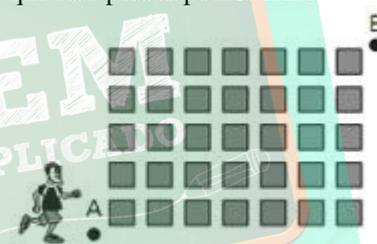
II. Tanto na época atual quanto na da Gripe Espanhola, as viagens transoceânicas contribuíram para a disseminação do vírus pelo mundo.

III. O sistema imunológico do indivíduo reconhece segmentos das proteínas de superfície do vírus para combatê-lo.

Está correto o que se afirma em

- I, somente.
- I e II, somente.
- I e III, somente.
- II e III, somente.
- I, II e III.

5) (VUNESP-2010) A figura mostra a planta de um bairro de uma cidade. Uma pessoa quer caminhar do ponto A ao ponto B por um dos percursos mais curtos. Assim, ela caminhará sempre nos sentidos “de baixo para cima” ou “da esquerda para a direita”. O número de percursos diferentes que essa pessoa poderá fazer de A até B é:



- 95 040.
- 40 635.
- 924
- 792.
- 35.

6) (FUVEST-2009) Um apreciador deseja adquirir, para sua adega, 10 garrafas de vinho de um lote constituído por 4 garrafas da Espanha, 5 garrafas da Itália e 6 garrafas da França, todas de diferentes marcas.

- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas desse lote?
- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas do lote, sendo 2 garrafas da Espanha, 4 da Itália e 4 da França?
- Qual é a probabilidade de que, escolhidas ao acaso, 10 garrafas do lote, haja exatamente 4 garrafas da Itália e, pelo menos, uma garrafa de cada um dos outros dois países?

7) (VUNESP-2009) Uma rede de supermercados fornece a seus clientes um cartão de crédito cuja identificação é formada por 3 letras distintas (dentre 26), seguidas de 4 algarismos distintos. Uma determinada cidade receberá os cartões que têm L como terceira letra, o último algarismo é zero e o penúltimo é 1. A quantidade total de cartões

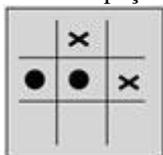
distintos oferecidos por tal rede de supermercados para essa cidade é

- a) 33 600.
- b) 37 800.
- c) 43 200.
- d) 58 500.
- e) 67 600.

8) (UFSCar-2009) Todas as permutações com as letras da palavra SORTE foram ordenadas alfabeticamente, como em um dicionário. A última letra da 86.^a palavra dessa lista é

- a) S.
- b) O.
- c) R.
- d) T.
- e) E.

9) (ENEM-2008) O jogo-da-velha é um jogo popular, originado na Inglaterra. O nome “velha” surgiu do fato de esse jogo ser praticado, à época em que foi criado, por senhoras idosas que tinham dificuldades de visão e não conseguiam mais bordar. Esse jogo consiste na disputa de dois adversários que, em um tabuleiro 3×3, devem conseguir alinhar verticalmente, horizontalmente ou na diagonal, 3 peças de formato idêntico. Cada jogador, após escolher o formato da peça com a qual irá jogar, coloca uma peça por vez, em qualquer casa do tabuleiro, e passa a vez para o adversário. Vence o primeiro que alinhar 3 peças.



No tabuleiro representado ao lado, estão registradas as jogadas de dois adversários em um dado momento.

Observe que uma das peças tem formato de círculo e a outra tem a forma de um xis. Considere as regras do jogo-da-velha e o fato de que, neste momento, é a vez do jogador que utiliza os círculos. Para garantir a vitória na sua próxima jogada, esse jogador pode posicionar a peça no tabuleiro de

- a) uma só maneira.
- b) duas maneiras distintas.
- c) três maneiras distintas.
- d) quatro maneiras distintas.
- e) cinco maneiras distintas.

10) (UNIFESP-2007) Em uma cidade existem 1000 bicicletas, cada uma com um número de licença, de 1 a 1000. Duas bicicletas nunca têm o mesmo número de licença.

- a) Entre as licenças de três algarismos, de 100 a 999, em quantas delas o valor absoluto da diferença entre o primeiro algarismo e o último é igual a 2?
- b) Obtenha a probabilidade do número da licença de uma bicicleta, encontrada aleatoriamente entre as mil, não ter nenhum 8 entre seus algarismos.

11) (UEMG-2007) Uma secretária possui 6 camisas, 4 saias e 3 pares de sapatos.

O número de maneiras distintas com que a secretária poderá se arrumar usando 1 camisa, 1 saia e 1 par de sapatos corresponde a

- a) 13
- b) 126
- c) 72
- d) 54

12) (Mack-2007) Em uma sala de aula há 25 alunos, quatro deles considerados gênios.

O número de grupos, com três alunos, que pode ser formado, incluindo pelo menos um dos gênios, é

- a) 580
- b) 1200
- c) 970
- d) 1050
- e) 780

13) (Mack-2007)



Ao utilizar o caixa eletrônico de um banco, o usuário digita sua senha numérica em uma tela como mostra a figura. Os dez algarismos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) são associados aleatoriamente a cinco botões, de modo que a cada botão correspondam dois algarismos, indicados em ordem crescente. O número de maneiras diferentes de apresentar os dez algarismos na tela é

- a) $\frac{10!}{2^5}$
- b) $\frac{10!}{5}$
- c) $2^5 \cdot 5!$
- d) $2^5 \cdot 10!$
- e) $\frac{10!}{2}$

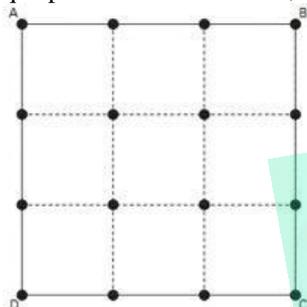
14) (Mack-2007) Com os professores A, B, C, D, E, F, G e H de uma escola, podemos formar, com a presença obrigatória de C, D e F, n comissões de 7 professores. O valor de n é:

- a) 5
- b) 35
- c) 21
- d) 120
- e) 70

15) (Mack-2008) Em um escritório, onde trabalham 6 mulheres e 8 homens, pretende-se formar uma equipe de trabalho com 4 pessoas, com a presença de pelo menos uma mulher. O número de formas distintas de se compor essa equipe é

- a) 721
- b) 1111
- c) 841
- d) 931
- e) 1001

16) (Mack-2008) Na figura, o quadrado ABCD é formado por 9 quadrados congruentes. O total de triângulos distintos, que podem ser construídos, a partir dos 16 pontos, é



- a) 516
- b) 520
- c) 526
- d) 532
- e) 546

17) (UNIFESP-2008) Suponha que Moacir esqueceu o número do telefone de seu amigo. Ele tem apenas duas fichas, suficientes para dois telefonemas.

- a) Se Moacir só esqueceu os dois últimos dígitos, mas sabe que a soma desses dois dígitos é 15, encontre o número de possibilidades para os dois últimos dígitos.
- b) Se Moacir só esqueceu o último dígito e decide escolher um dígito ao acaso, encontre a probabilidade de acertar o número do telefone, com as duas tentativas.

18) (UNIFESP-2008) Quatro pessoas vão participar de um torneio em que os jogos são disputados entre duplas. O número de grupos com duas duplas, que podem ser formados com essas 4 pessoas, é

- a) 3.
- b) 4.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 12.

19) (UFSCar-2008) Considere o conjunto $C = \{2, 8, 18, 20, 53, 124, 157, 224, 286, 345, 419, 527\}$. O número de subconjuntos de três elementos de C que possuem a propriedade “soma dos três elementos é um número ímpar” é

- a) 94.
- b) 108.

- c) 115.
- d) 132.
- e) 146.

20) (FATEC-2008) Para mostrar aos seus clientes alguns dos produtos que vende, um comerciante reservou um espaço em uma vitrine, para colocar exatamente 3 latas de refrigerante, lado a lado. Se ele vende 6 tipos diferentes de refrigerante, de quantas maneiras distintas pode expô-los na vitrine?

- a) 144
- b) 132
- c) 120
- d) 72
- e) 20

21) (FUVEST-2008) Um lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

1. a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
 2. Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.
- Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação é igual a

- a) 928
- b) 1152
- c) 1828
- d) 2412
- e) 3456

22) (ENEM-2007) Estima-se que haja, no Acre, 209 espécies de mamíferos, distribuídas conforme a tabela abaixo.

| grupos taxonômicos | número de espécies |
|--------------------|--------------------|
| Artiodáctilos | 4 |
| Carnívoros | 18 |
| Cetáceos | 2 |
| Quirópteros | 103 |
| Lagomorfos | 1 |
| Marsupiais | 16 |
| Perissodáctilos | 1 |
| Primatas | 20 |
| Roedores | 33 |
| Sirênios | 1 |
| Edentados | 10 |
| Total | 209 |

Deseja-se realizar um estudo comparativo entre três dessas espécies de mamíferos — uma do grupo Cetáceos, outra do grupo Primatas e a terceira do grupo Roedores. O número de conjuntos distintos que podem ser formados com essas espécies para esse estudo é igual a

- a) 1.320.
- b) 2.090.

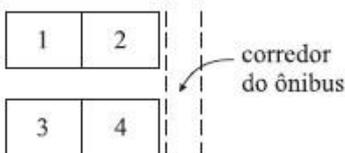
- c) 5.845.
d) 6.600.
e) 7.245.

23) (UFC-2007) Escolhemos cinco números, sem repetição, dentre os inteiros de 1 a 20. Calcule quantas escolhas distintas podem ser feitas, sabendo que ao menos dois dos cinco números selecionados devem deixar um mesmo resto quando divididos por 5.

24) (UNICAMP-2007) Dois prêmios iguais serão sorteados entre dez pessoas, sendo sete mulheres e três homens. Admitindo que uma pessoa não possa ganhar os dois prêmios, responda às perguntas abaixo.
a) De quantas maneiras diferentes os prêmios podem ser distribuídos entre as dez pessoas?
b) Qual é a probabilidade de que dois homens sejam premiados?
c) Qual é a probabilidade de que ao menos uma mulher receba um prêmio?

25) (UFSCar-2007) Um encontro científico conta com a participação de pesquisadores de três áreas, sendo eles: 7 químicos, 5 físicos e 4 matemáticos. No encerramento do encontro, o grupo decidiu formar uma comissão de dois cientistas para representá-lo em um congresso. Tendo sido estabelecido que a dupla deveria ser formada por cientistas de áreas diferentes, o total de duplas distintas que podem representar o grupo no congresso é igual a
a) 46.
b) 59.
c) 77.
d) 83.
e) 91.

26) (VUNESP-2007) Dois rapazes e duas moças irão viajar de ônibus, ocupando as poltronas de números 1 a 4, com 1 e 2 juntas e 3 e 4 juntas, conforme o esquema.



O número de maneiras de ocupação dessas quatro poltronas, garantindo que, em duas poltronas juntas, ao lado de uma moça sempre viaje um rapaz, é
a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 12.
e) 16.

27) (FUVEST-2007) Em uma classe de 9 alunos, todos se dão bem, com exceção de Andréia, que vive brigando com Manoel e Alberto.

Nessa classe, será constituída uma comissão de cinco alunos, com a exigência de que cada membro se relacione bem com todos os outros.

Quantas comissões podem ser formadas?

- a) 71
b) 75
c) 80
d) 83
e) 87

28) (UNIFESP-2006) As permutações das letras da palavra PROVA foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de cinco letras em um dicionário. A 73ª palavra nessa lista é

- a) PROVA.
b) VAPOR.
c) RAPOV.
d) ROVAP.
e) RAOPV.

29) (Mack-2006) Um hacker está tentando invadir um site do Governo e, para isso, utiliza um programa que consegue testar 16^3 diferentes senhas por minuto. A senha é composta por 5 caracteres escolhidos entre os algarismos de 0 a 9 e as letras de A a F. Sabendo que o programa testa cada senha uma única vez e que já testou, sem sucesso, 75% das senhas possíveis, o tempo decorrido desde o início de sua execução é de

- a) 2 horas e 16 minutos.
b) 1 hora e 40 minutos.
c) 3 horas e 48 minutos.
d) 3 horas e 12 minutos.
e) 2 horas e 30 minutos.

30) (UFBA-2006) Com base nos conhecimentos sobre geometria plana, é correto afirmar:

01. Se dois triângulos têm a mesma altura relativa a um lado comum, então eles são congruentes.
02. Se dois triângulos semelhantes têm a mesma área, então eles são congruentes.
04. Em um triângulo equilátero, o ângulo agudo formado pela altura relativa a um lado e a mediana relativa a outro lado mede 60° .
08. Em um paralelogramo, se dois lados formam um

ângulo de 150° e medem 1cm e $\sqrt{3}\text{cm}$, então a menor diagonal mede 1cm .

16. Se A é um conjunto formado por n pontos coplanares de modo que três pontos quaisquer de A não são colineares, então o número de triângulos que se pode formar com vértices pertencentes a A é igual a

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

31) (Vunesp-2006) Dos $6!$ números formados com as permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos estão entre 450000 e 620000?

- a) 96.
- b) 120.
- c) 168.
- d) 192.
- e) 240.

32) (Mack-2006) Em uma cidade, há duas linhas de ônibus, uma na direção Norte-Sul e outra na direção Leste-Oeste. Cada ônibus tem um código formado por três números, escolhidos entre 1, 2, 3, 4 e 5 para a linha Norte-Sul e entre 6, 7, 8 e 9 para a linha Leste-Oeste. Não são permitidos códigos com três números iguais. Se A é o total de códigos disponíveis para a linha Norte-Sul e B é o total de códigos

$$\frac{A}{B} \text{ é igual a}$$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

33) (FATEC-2006) Considere que todas as x pessoas que estavam em uma festa trocaram apertos de mão entre si uma única vez, num total de y cumprimentos. Se foram trocados mais de 990 cumprimentos, o número mínimo de pessoas que podem estar nessa festa é:

- a) 26
- b) 34
- c) 38
- d) 46
- e) 48

34) (Vunesp-2006) Considere os algarismos 2, 3, 5, 7 e 11. A quantidade total de números distintos que se obtêm multiplicando-se dois ou mais destes algarismos, sem repetição, é

- a) 120.
- b) 52.
- c) 36.
- d) 26.
- e) 21.

35) (FUVEST-2006) Em uma certa comunidade, dois homens sempre se cumprimentam (na chegada) com um aperto de mão e se despedem (na saída) com outro aperto de mão. Um homem e uma mulher se cumprimentam com um aperto de mão, mas se despedem com um aceno. Duas mulheres só trocam acenos, tanto para se cumprimentarem quanto para se despedirem.

Em uma comemoração, na qual 37 pessoas almoçaram juntas, todos se cumprimentaram e se despediram na forma descrita acima. Quantos dos presentes eram mulheres, sabendo que foram trocados 720 apertos de mão?

- a) 16
- b) 17
- c) 18

- d) 19
- e) 20

36) (IBMEC-2005) Querotudo é um lugar cujos habitantes são insaciáveis por bolo de chocolate, fato que, ao longo do tempo, desenvolveu grande competitividade entre os querotudenses. Para um determinado grupo de querotudenses, há cinco unidades produtoras de bolos de chocolate, cada uma produzindo dois bolos de chocolate por dia, cada bolo com exatamente um quilograma. Diariamente, cada querotudense deste grupo fiscaliza exatamente duas dessas unidades produtoras, para verificar se não ocorre desvio de bolo, e cada unidade produtora é fiscalizada exatamente por 4 querotudenses do grupo. No fim do dia, todos os bolos de chocolate devem ser divididos igualmente entre os membros deste grupo.

a) Determine o número de integrantes do grupo e quantos bolos cada integrante do grupo ganha no fim do dia, justificando seu raciocínio.
 b) Num determinado dia, por causa de um erro da produção, uma das unidades produziu um bolo adicional, também de um quilograma. Dada a dificuldade de dividir este bolo em muitas partes, os membros do grupo fizeram um sorteio, cujo resultado foi dividir o bolo entre dois membros do grupo. Para que nenhum dos dois sorteados se sentisse injustiçado, um deles dividiu o bolo em duas partes e o outro escolheu para si um dos dois pedaços, ficando o outro pedaço automaticamente para quem dividiu o bolo. No dia seguinte, ocorreu o mesmo erro na produção e sobrou novamente um bolo de um quilograma. Dessa vez, o sorteio contemplou três membros do grupo: Guloso, Glutão e Bocão. Na tentativa de não ter alguém injustiçado, eles adotaram o seguinte procedimento:

- Glutão dividiu o bolo em três pedaços,
- Guloso escolheu um pedaço para Bocão,
- Bocão determinou qual dos dois pedaços remanescentes seria o de Glutão,
- Guloso ficou com o pedaço que sobrou.

Terminado este processo, pelo menos um dos três percebeu que foi injustiçado. Determine quem pode ter sido injustiçado. Determine quem pode ter sido injustiçado e explique o por quê.

37) (IBMEC-2005) A tabela abaixo mostra a grade horária semanal dos alunos do 1º- período do Ibmecc São Paulo. A sigla AR indica que aquele dia e horário está reservado para uma aula regular. E a sigla AE indica que aquele dia e horário está reservado para uma aula de exercícios.

| Dia | Segunda | Terça | Quarta | Quinta | Sexta |
|---------|---------|-------|--------|--------|-------|
| Manhã | AE | AE | AE | AE | AE |
| Tarde 1 | AR | AR | AR | AR | AR |
| Tarde 2 | AR | AR | AR | AR | AR |

Sabendo que a disciplina Cálculo 1 deve ocupar um horário de aula de exercícios e dois horários de aula regular, sem que as duas aulas regulares ocorram no mesmo dia, o número de maneiras que as aulas de Cálculo 1 podem ser distribuídas na grade acima é igual a

- a) 200
- b) 210
- c) 220
- d) 230
- e) 240

38) (UERJ-2005) Um campeonato de futebol será disputado por 20 times, dos quais quatro são do Rio de Janeiro, nas condições abaixo:

- I. cada time jogará uma única vez com cada um dos outros;
- II. todos farão apenas um jogo por semana;
- III. os jogos serão sorteados aleatoriamente.

Calcule:

- a) o menor número de semanas que devem ser usadas para realizar todos os jogos do campeonato;
- b) a probabilidade de o primeiro jogo sorteado ser composto por duas equipes cariocas.

39) (FGV-2005) Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:

- a) 78125
- b) 7200
- c) 15000
- d) 6420
- e) 50

40) (ENEM-2005) A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é

- a) 12.
- b) 31.
- c) 36.
- d) 63.
- e) 720.

41) (Vunesp-2005) Considere todos os números formados por 6 algarismos distintos obtidos permutando-se, de todas as formas possíveis, os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

- a) Determine quantos números é possível formar (no total) e quantos números se iniciam com o algarismo 1.
- b) Escrevendo-se esses números em ordem crescente, determine qual posição ocupa o número 512346 e que número ocupa a 242ª posição.

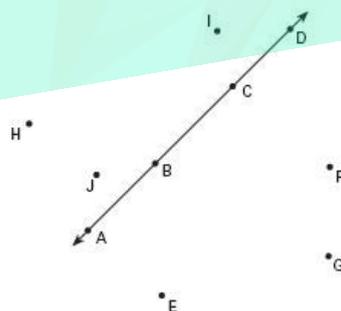
42) (Vunesp-2005) O número de maneiras que 3 pessoas podem sentar-se em uma fileira de 6 cadeiras vazias de modo que, entre duas pessoas próximas (seguidas), sempre tenha exatamente uma cadeira vazia, é

- a) 3
- b) 6
- c) 9
- d) 12
- e) 15

43) (Vunesp-2005) A turma de uma sala de n alunos resolve formar uma comissão de três pessoas para tratar de um assunto delicado com um professor.

- a) Explícite, em termos de n , o número de comissões possíveis de serem formadas com estes alunos.
- b) Determine o número de comissões possíveis, se o professor exigir a participação na comissão de um determinado aluno da sala, por esse ser o representante da classe.

44) (Vunesp-2005) Marcam-se, num plano, 10 pontos, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, dos quais 4 estão sobre a mesma reta e três outros pontos quaisquer nunca estão alinhados, conforme a figura. O número total de triângulos que podem ser formados, unindo-se três quaisquer desses pontos, é



- a) 24.
- b) 112.
- c) 116.
- d) 120.
- e) 124.

45) (Vunesp-2005) Considere a identificação das placas de veículos, compostas de três letras seguidas de 4 dígitos. Sendo o alfabeto constituído de 26 letras, o número de placas possíveis de serem constituídas, pensando em todas

as combinações possíveis de 3 letras seguidas de 4 dígitos, é

- a) 3120.
- b) 78624000.
- c) 88586040.
- d) 156000000.
- e) 175760000

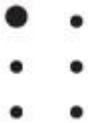
46) (FGV-2005) Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8. Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:

- a) 78125
- b) 7200
- c) 15000
- d) 6420
- e) 50

47) (Mack-2004) Considere o conjunto formado pelos números primos existentes no intervalo $[2, 23]$. O número de diferentes produtos ímpares que podemos obter, com 4 fatores tomados desse conjunto, é:

- a) 84
- b) 70
- c) 96
- d) 60
- e) 120

48) (ENEM-2005) A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é

- a) 12.
- b) 31.
- c) 36.
- d) 63.
- e) 720.

49) (Unicamp-2005) Com as letras x, y, z e w podemos formar monômios de grau k, isto é, expressões do tipo $x^p y^q z^r w^s$, onde p, q, r e s são inteiros não-negativos, tais que $p + q + r + s = k$. Quando um ou mais desses expoentes é igual a zero, dizemos que o monômio é formado pelas demais letras. Por exemplo, $y^3 z^4$ é um monômio de grau 7 formado pelas letras y e z [nesse caso, $p = s = 0$].

a) Quantos monômios de grau 4 podem ser formados com, no máximo, 4 letras?

b) Escolhendo-se ao acaso um desses monômios do item (a), qual a probabilidade dele ser formado por exatamente duas das 4 letras?

50) (Mack-2005) Um instrutor de academia deve colocar, em um único suporte, pesos que somem 16kg. Ele possui 4 unidades de cada um dos seguintes pesos: 1kg, 2kg e 5kg. O número de maneiras diferentes de abastecer o suporte, colocando sempre os maiores pesos em primeiro lugar, é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

51) (Mack-2005) Uma padaria faz sanduíches, segundo a escolha do cliente, oferecendo 3 tipos diferentes de pães e 10 tipos diferentes de recheios. Se o cliente pode escolher o tipo de pão e 1, 2 ou 3 recheios diferentes, o número de possibilidades de compor o sanduíche é:

- a) 525
- b) 630
- c) 735
- d) 375
- e) 450

52) (Mack-2005) Um professor deve ministrar 20 aulas em 3 dias consecutivos, tendo, para cada um dos dias, as opções de ministrar 4, 6 ou 8 aulas. O número de diferentes distribuições possíveis dessas 20 aulas, nos 3 dias, é:

- a) 7
- b) 6
- c) 4
- d) 10
- e) 8

53) (FGV-2005) Um fundo de investimento disponibiliza números inteiros de cotas aos interessados nessa aplicação financeira. No primeiro dia de negociação desse fundo, verifica-se que 5 investidores compraram cotas, e que foi vendido um total de 9 cotas. Em tais condições, o número de maneiras diferentes de alocação das 9 cotas entre os 5 investidores é igual a

- a) 56.
- b) 70.
- c) 86.
- d) 120.
- e) 126.

54) (FGV-2005) Uma escola possui 2600 alunos que nasceram em anos de 365 dias. O número mínimo desses alunos da escola que faz aniversário no mesmo dia (e mês), e que nasceu no mesmo dia da semana é

- a) 36.
- b) 38.
- c) 42.
- d) 46.

e) 54.

55) (ENEM-2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.



O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10

56) (Mack-2004) Considere todos os números de 3 algarismos formados com os algarismos 1, 2, 3, 5, 7 e 9. Dentre eles, a quantidade de números pares com exatamente 2 algarismos iguais é:

- a) 17
- b) 18
- c) 15
- d) 22
- e) 24

57) (Mack-2004) Uma loja oferece pisos de cerâmica para cozinha, com peças em 4 tamanhos diferentes. Em qualquer um dos 4 tamanhos, as peças são oferecidas nas mesmas 10 cores distintas. Se um cliente quer escolher peças de 2 tamanhos, com uma cor diferente para cada tamanho, o total de opções que ele tem é:

- a) 370
- b) 780
- c) 540
- d) 660
- e) 280

58) (Fuvest-1991) Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas dez músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as

prováveis seqüências dessas músicas serão necessários aproximadamente:

- a) 10 dias
- b) Um século
- c) 10 anos
- d) 100 séculos
- e) 10 séculos

59) (Fuvest-1982) Dado um polígono convexo P com n lados, calcular o número de polígonos convexos cujos vértices são vértices de P.

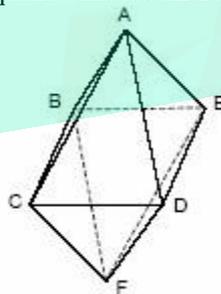
60) (Fuvest-1984) Seja P o conjunto dos 17 vértices de um heptadecágono regular.

- a) Qual o número de triângulos cujos vértices pertencem a P ?
- b) Calcule o número de polígonos convexos cujos vértices pertencem a P.

61) (ITA-2004) Considere 12 pontos distintos dispostos no plano, 5 dos quais estão numa mesma reta. Qualquer outra reta do plano contém, no máximo, 2 destes pontos. Quantos triângulos podemos formar com os vértices nestes pontos?

- a) 210
- b) 315
- c) 410
- d) 415
- e) 521

62) (UFC-2004) Considere o octaedro ABCDEF, representado ao lado. Nele, um besouro se desloca ao longo das suas arestas, do ponto A ao ponto F, de modo que não passa por qualquer dos vértices mais de uma vez. De quantos modos diferentes ele pode fazer isso?



63) (UFC-2004) O número máximo de pontos de interseção entre 10 circunferências distintas é:

- a) 100
- b) 90
- c) 45
- d) 32
- e) 20

64) (IBMEC-2005) Considere a palavra IBMEC.

a) Determine **quantas** palavras podem ser formadas utilizando, sem repetição, uma, duas, três, quatro ou as cinco letras dessa palavra. (Por exemplo, **I, BC, MEC, CEM, IMEC** e a própria palavra **IBMEC** devem incluídas nesta contagem.)

b) Colocando todas as palavras consideradas no item anterior em ordem alfabética, determine a posição nesta lista da palavra **IBMEC**.

65) (Fuvest-2005) Participam de um torneio de voleibol, 20 times distribuídos em 4 chaves, de 5 times cada. Na 1ª fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os 2 melhores de cada chave passam para a 2ª fase. Na 2ª fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida, apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o número de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é

- a) 39
- b) 41
- c) 43
- d) 45
- e) 47

66) (Vunesp-2004) Um certo tipo de código usa apenas dois símbolos, o número zero (0) e o número um (1) e, considerando esses símbolos como letras, podem-se formar palavras. Por exemplo: 0, 01, 00, 001 e 110 são algumas palavras de uma, duas e três letras desse código. O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse código é:

- a) 120.
- b) 62.
- c) 60.
- d) 20.
- e) 10.

67) (FGV-2004) De um grupo de 8 pessoas, entre elas Antônio e Benedito, deseja-se escolher uma comissão com 4 pessoas. O número de comissões que podem ser formadas nas quais Antônio participa e Benedito não, é igual a:

- a) 15
- b) 24
- c) 30
- d) 20
- e) 36

68) (FGV-2004) a) Os enxadristas Dráuzio e João jogam 12 partidas de xadrez, das quais 6 são vencidas por Dráuzio, 4 por João e 2 terminam empatadas. Os jogadores combinam a disputa de um torneio com 3 partidas. Determine a probabilidade de 2 das 3 partidas do torneio terminarem empatadas.

b) O Conselho Diretor de uma empresa é composto por n diretores, além do Presidente. Com os membros do Conselho Diretor podem ser formadas C comissões de 4

elementos, todas contando com a participação do Presidente. Se, no entanto, a presença do Presidente não for obrigatória, podendo participar ou não, 2C comissões poderão ser formadas. Determine o número de membros do Conselho Diretor.

69) (Unicamp-2004) Considere o conjunto dos dígitos {1, 2, 3, ..., 9} e forme com eles números de nove algarismos distintos.

a) Quantos desses números são pares?

b) Escolhendo-se ao acaso um dos números do item (a), qual a probabilidade de que este número tenha exatamente dois dígitos ímpares juntos?

70) (Fuvest-2004) Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

- a) 12
- b) 18
- c) 36
- d) 72
- e) 108

71) (UFPB-1993) As cartelas de um bingo são construídas, distribuindo-se os inteiros de 1 a 75, sem repetição, em uma tabela de cinco linhas por cinco colunas. A primeira, segunda, terceira, quarta e quinta colunas são formadas por 5 inteiros, nos intervalos [1, 15], [16, 30], [31, 45], [46, 60] e [61, 75], respectivamente. Não será considerada a ordem em cada coluna. Por exemplo, as cartelas

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 16 | 35 | 55 | 64 |
| 3 | 17 | 45 | 59 | 70 |
| 4 | 20 | 31 | 46 | 61 |
| 8 | 21 | 40 | 49 | 72 |
| 10 | 23 | 44 | 57 | 75 |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 16 | 35 | 55 | 64 |
| 10 | 20 | 45 | 46 | 61 |
| 4 | 23 | 44 | 59 | 75 |
| 8 | 21 | 40 | 49 | 72 |
| 3 | 17 | 31 | 57 | 70 |

são consideradas idênticas. O total de cartela que se podem construir dessa forma é:

- a) 15015
- b) 5.15!
- c) $75^5 \cdot 15!$
- d) $5! \cdot 75!$
- e) 3003^5

72) (Fatec-2003) Com uma letra **A**, uma letra **C**, uma letra **E**, uma letra **F** e uma letra **T**, é possível formar $5! = 120$ "palavras" distintas (anagramas, com ou sem sentido). Colocando-se essas "palavras" em ordem alfabética, a posição ocupada pela palavra FATEC será a

- a) 77^a
- b) 78^a
- c) 80^a
- d) 88^a
- e) 96^a

73) (Vunesp-2003) O conselho administrativo de um sindicato é constituído por doze pessoas, das quais uma é o presidente deste conselho. A diretoria do sindicato tem quatro cargos a serem preenchidos por membros do conselho, sendo que o presidente da diretoria e do conselho não devem ser a mesma pessoa. De quantas maneiras diferentes esta diretoria poderá ser formada?

- a) 40
- b) 7 920
- c) 10 890
- d) 11!
- e) 12!

74) (FGV-2003) De quantas formas podemos permutar as letras da palavra ELOGIAR, de modo que as letras A e R fiquem juntas em qualquer ordem?

- a) 360
- b) 720
- c) 1 080
- d) 1 440
- e) 1 800

75) (UFMG-2003) O jogo de dominó possui 28 peças distintas. Quatro jogadores repartem entre si essas 28 peças, ficando cada um com 7 peças. De quantas maneiras distintas se pode fazer tal distribuição ?

- a) $\frac{28!}{7!4!}$
- b) $\frac{28!}{4!24!}$
- c) $\frac{28!}{(7!)^4}$
- d) $\frac{28!}{7!21!}$

76) (UFMG-2003) Num campeonato de futebol, 16 times jogam entre si apenas uma vez. A pontuação do campeonato é feita da seguinte maneira: 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto por derrota. Considere que um desses times obteve 19 pontos ao final do campeonato. Assim sendo, é INCORRETO afirmar que, para esse time,

- a) o número de derrotas é, no máximo, igual a sete.
- b) o número de vitórias é, pelo menos, igual a dois.
- c) o número de derrotas é um número par.
- d) o número de empates não é múltiplo de três.

77) (UFMG-2003) Um baralho é composto por 52 cartas divididas em quatro naipes distintos. Cada naipe é

constituído por 13 cartas - 9 cartas numeradas de 2 a 10, mais Valete, Dama, Rei e Ás, representadas, respectivamente, pelas letras J, Q, K e A.

Um par e uma trinca consistem, respectivamente, de duas e de três cartas de mesmo número ou letra. Um *full hand* é uma combinação de cinco cartas, formada por um par e uma trinca.

Considerando essas informações, **CALCULE:**

1. de quantas maneiras distintas se pode formar um *full hand* com um par de reis e uma trinca de 2;
2. de quantas maneiras distintas se pode formar um *full hand* com um par de reis;
3. de quantas maneiras distintas se pode formar um *full hand*.

78) (UEL-2002) Uma distribuidora de sabonetes, xampus e condicionadores tem três marcas diferentes de cada um desses produtos. Ao receber as encomendas de três fregueses, um funcionário da distribuidora anotou apenas os nomes dos fregueses e os produtos solicitados: cada um pediu uma caixa de sabonete, uma caixa de xampu e uma caixa de condicionador. Quanto às marcas, o funcionário lembra-se que cada um solicitou marcas diferentes daquelas solicitadas pelos outros. Quando percebeu a sua falha, o funcionário imaginou que a falta da informação sobre as marcas não teria sérias conseqüências, pois bastaria fazer algumas tentativas até conseguir entregar os produtos de acordo com os pedidos. Quantas possibilidades existem de distribuição dos pedidos entre os três fregueses?

- a) $(3!)^3$
- b) $3 \cdot 3!$
- c) $\frac{3! \cdot 3!}{3}$
- d) 3^9
- e) $\frac{9!}{3! \cdot 3!}$

79) (Vunesp-2001) Uma grande firma oferecerá aos seus funcionários 10 minicursos diferentes, dos quais só 4 serão de informática. Para obter um certificado de participação, o funcionário deverá cursar 4 minicursos diferentes, sendo que exatamente 2 deles deverão ser de informática.

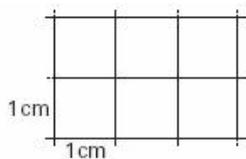
Determine de quantas maneiras distintas um funcionário terá a liberdade de escolher

- a) os minicursos que não são de informática;
- b) os 4 minicursos, de modo a obter um certificado.

80) (Vunesp-2001) O setor de emergência de um hospital conta, para os plantões noturnos, com 3 pediatras, 4 clínicos gerais e 5 enfermeiros. As equipes de plantão deverão ser constituídas por 1 pediatra, 1 clínico geral e 2 enfermeiros. Determine:

- a) quantos pares distintos de enfermeiros podem ser formados;
- b) quantas equipes de plantão distintas podem ser formadas.

81) (Unifesp-2003) Considere a malha quadriculada exibida pela figura, composta por 6 quadrículas de 1cm de lado cada. A soma das áreas de todos os possíveis retângulos determinados por esta malha é, em cm^2 ,



- a) 6.
- b) 18.
- c) 20.
- d) 34.
- e) 40.

82) (UFSCar-2001) Num acampamento, estão 14 jovens, sendo 6 paulistas, 4 cariocas e 4 mineiros. Para fazer a limpeza do acampamento, será formada uma equipe com 2 paulistas, 1 carioca e 1 mineiro, escolhidos ao acaso. O número de maneiras possíveis para se formar essa equipe de limpeza é:

- a) 96.
- b) 182.
- c) 212.
- d) 240.
- e) 256.

83) (UEL-2003) Um número capicua é um número que se pode ler indistintamente em ambos os sentidos, da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda (exemplo: 5335). Em um hotel de uma cidade, onde os jogadores de um time se hospedaram, o número de quartos era igual ao número de capicuas pares de 3 algarismos. Quantos eram os quartos do hotel?

- a) 20
- b) 40
- c) 80
- d) 90
- e) 100

84) (UEL-2003) Sejam os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2,3,4\}$. O total de funções injetoras de A para B é:

- a) 10
- b) 15
- c) 60
- d) 120
- e) 125

85) (UEL-2003) Quando os deputados estaduais assumiram as suas funções na Câmara Legislativa, tiveram que responder a três questionamentos cada um. No primeiro, cada deputado teria que escolher um colega para presidir os trabalhos, dentre cinco previamente indicados. No segundo, deveria escolher, com ordem de preferência, três de seis

prioridades previamente definidas para o primeiro ano de mandato. No último, deveria escolher dois dentre sete colegas indicados para uma reunião com o governador. Considerando que todos responderam a todos os questionamentos, conforme solicitado, qual o número de respostas diferentes que cada deputado poderia dar?

- a) 167
- b) 810
- c) 8400
- d) 10500
- e) 12600

86) (Mack-2002) A quantidade de números **inteiros** compreendidos entre 300 e 500 que podemos formar, usando apenas os algarismos 3, 4 e 5, é:

- a) 30
- b) 24
- c) 42
- d) 52
- e) 18

87) (Mack-2002) Se os telefones de uma certa vila devem ter números de 5 algarismos, todos começando com 23 e todos múltiplos de 5, então o número máximo de telefones que a vila pode ter é:

- a) 1000
- b) 2000
- c) 500
- d) 200
- e) 400

88) (Fuvest-2003) Em uma equipe de basquete, a distribuição de idades dos seus jogadores é a seguinte:

| idade | Nº de jogadores |
|-------|-----------------|
| 22 | 1 |
| 25 | 3 |
| 26 | 4 |
| 29 | 1 |
| 31 | 2 |
| 32 | 1 |

Será sorteada, aleatoriamente, uma comissão de dois jogadores que representará a equipe junto aos dirigentes.

- a) Quantas possibilidades distintas existem para formar esta comissão?
- b) Qual a probabilidade da média de idade dos dois jogadores da comissão sorteada ser estritamente menor que a média de idade de todos os jogadores?

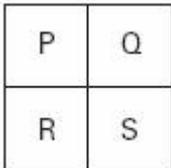
89) (Cesgranrio-1997) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes do município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

- a) 180

- b) 120
- c) 100
- d) 48
- e) 24

- a) 120
- b) 96
- c) 48
- d) 24
- e) 8

90) (Vunesp-2003) Dispomos de 4 cores distintas e temos que colorir o mapa mostrado na figura com os países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha não podem ser coloridos com a mesma cor.



Responda, justificando sua resposta, de quantas maneiras é possível colorir o mapa, se:

- a) os países P e S forem coloridos com cores distintas?
- b) os países P e S forem coloridos com a mesma cor?

91) (Vunesp-2003) Na convenção de um partido para lançamento da candidatura de uma chapa ao governo de certo estado havia 3 possíveis candidatas a governador, sendo dois homens e uma mulher, e 6 possíveis candidatas a vice-governador, sendo quatro homens e duas mulheres. Ficou estabelecido que a chapa governador/vice-governador seria formada por duas pessoas de sexos opostos. Sabendo que os nove candidatos são distintos, o número de maneiras possíveis de se formar a chapa é

- a) 18.
- b) 12.
- c) 8.
- d) 6.
- e) 4.

92) (UFC-2003) O número de maneiras segundo as quais podemos dispor 3 homens e 3 mulheres em três bancos fixos, de tal forma que em cada banco fique um casal, sem levar em conta a posição do casal no banco, é:

- a) 9
- b) 18
- c) 24
- d) 32
- e) 36

93) (Unicamp-1993) De quantas maneiras podem ser escolhidos três números naturais distintos, de 1 a 30, de modo que sua soma seja par? Justifique sua resposta.

94) (Unirio-1999) Uma família formada por 3 adultos e 2 crianças vai viajar num automóvel de 5 lugares, sendo 2 na frente e 3 atrás. Sabendo-se que só 2 pessoas podem dirigir e que as crianças devem ir atrás e na janela, o número total de maneiras diferentes através das quais estas 5 pessoas podem ser posicionadas, não permitindo crianças irem no colo de ninguém, é igual a:

95) (UFRJ-1999) Quantos números de 4 algarismos podemos formar nos quais o algarismo 2 aparece ao menos uma vez?

96) (PUCCamp-1998) O número de anagramas da palavra EXPLODIR, nos quais as vogais aparecem juntas, é:

- a) 4320
- b) 2160
- c) 1440
- d) 720
- e) 360

97) (Unirio-1998) Uma indústria fabrica 100 produtos diferentes, que já estão no mercado. Para facilitar a identificação de cada produto, via computador, será criado um código de barras especial, onde cada barra é [] ou []. O número mínimo de barras necessárias para se criar um código de barras que identifique cada um dos 100 produtos é igual a: (se necessário, use $\log 2 = 0,3$)

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

98) (Unep-1998) Três prêmios iguais vão ser sorteados entre as 45 pessoas presentes a uma festa. Se, desse total, 18 são homens e as restantes são mulheres, de quantas formas diferentes pode ser feita essa distribuição, de forma que entre os premiados exatamente dois sejam do mesmo sexo?

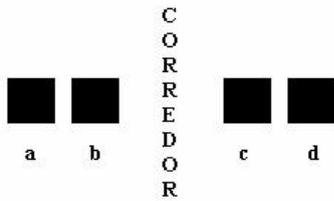
- a) 10 449
- b) 8 937
- c) 7 575
- d) 6 318
- e) 4 131

99) (UFES-1998) Quantos números naturais menores que 10^5 têm exatamente dois algarismos iguais a 3?

- a) 7200
- b) 7290
- c) 9600
- d) 10080
- e) 11520

100) (Vunesp-1998) Quatro amigos vão ocupar as poltronas a, b, c, d de um ônibus dispostas na mesma fila horizontal,

mas em lados diferentes em relação ao corredor, conforme a ilustração.



Dois deles desejam sentar-se juntos, seja do mesmo lado do corredor, seja em lados diferentes. Nessas condições, de quantas maneiras distintas os quatro podem ocupar as poltronas referidas, considerando-se distintas as posições em que pelo menos dois dos amigos ocupem poltronas diferentes?

- a) 24.
- b) 18.
- c) 16.
- d) 12.
- e) 6.

101) (Vunesp-1997) O corpo de enfermeiros plantonistas de uma clínica compõe-se de 6 homens e 4 mulheres. Isso posto, calcule:

- a) quantas equipes de 6 plantonistas é possível formar com os 10 enfermeiros, levando em conta que em nenhuma delas deve haver mais homens que mulheres;
- b) a probabilidade de que, escolhendo-se aleatoriamente uma dessas equipes, ela tenha número igual de homens e de mulheres.

102) (Vunesp-1996) A diretoria de uma empresa compõe-se de n dirigentes, contando o presidente. Considere todas as comissões de três membros que poderiam ser formadas com esses n dirigentes. Se o número que incluem o presidente é igual ao número daquelas que não o incluem, calcule o valor de n .

103) (Vunesp-1997) Dez rapazes, em férias no litoral, estão organizando um torneio de voleibol de praia. Cinco deles são selecionados para escolher os parceiros e capitanear as cinco equipes a serem formadas, cada uma com dois jogadores.

- a) Nessas condições, quantas possibilidades de formação de equipes eles têm?
- b) Uma vez formadas as cinco equipes, quantas partidas se realizarão, se cada uma das equipes deverá enfrentar todas as outras uma única vez?

104) (Vunesp-1995) Nove times de futebol vão ser divididos em 3 chaves, todas com o mesmo número de times, para a disputa da primeira fase de um torneio. Cada uma das chaves já tem um cabeça de chave definido.

Nessas condições, o número de maneiras possíveis e diferentes de se completarem as chaves é:

- a) 21.
- b) 30.
- c) 60.
- d) 90.
- e) 120.

105) (Unitau-1995) Na área de Ciências Humanas, existem treze opções no Vestibular da UNITAU. Um candidato tem certeza quanto à 1ª opção mas, quanto à segunda, está em dúvida, por isso resolve escolher aleatoriamente qualquer uma nesta área. De quantas maneiras ele poderá preencher sua ficha de inscrição, sendo a 2ª necessariamente diferente da 1ª?

- a) 156.
- b) 144.
- c) 13.
- d) 169.
- e) 12.

106) (UFSC-1996) Calcule o número de anagramas da palavra CLARA em que as letras AR aparecem juntas e nesta ordem.

107) (UFSE-1997) Considere todos os produtos de três fatores distintos que podem ser obtidos com os elementos do conjunto $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$. Quantos deles são pares?

- a) 10
- b) 18
- c) 20
- d) 36
- e) 60

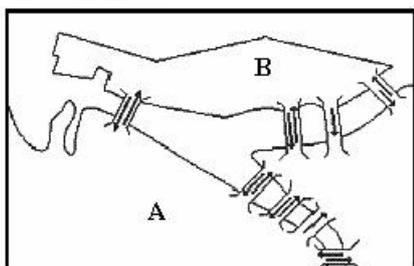
108) (UFRN-1997) Quantos números de 7 dígitos, maiores que 6.000.000, podem ser formados com os algarismos 0, 1, 3, 4, 6, 7 e 9, sem repeti-los?

- a) 1.800
- b) 720
- c) 5.400
- d) 5.040
- e) 2.160

109) (UFPE-1996) Seja A um conjunto com 3 elementos e B um conjunto com 5 elementos. Quantas funções injetoras de A em B existem?

110) (UFPE-1996) Na figura a seguir temos um esboço de parte do centro da cidade do Recife com suas pontes. As setas indicam o sentido do fluxo de tráfego de veículos. De quantas maneiras, utilizando apenas o esboço, poderá uma pessoa ir de carro do ponto A ao ponto B (marco zero) e

retornar ao ponto de partida passando exatamente por três pontes distintas?



- a) 8
- b) 13
- c) 17
- d) 18
- e) n.d.a.

111) (UFBA-1997) Dispondo-se de abacaxi, acerola, goiaba, laranja, maçã, mamão e melão, calcule de quantos sabores diferentes pode-se preparar um suco, usando-se três frutas distintas.

112) (UEL-1996) Para responder a certo questionário, preenche-se o cartão apresentado a seguir, colocando-se um "x" em uma só resposta para cada questão.

| CARTÃO RESPOSTA | | | | | |
|-----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| QUESTÕES | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| SIM | <input type="checkbox"/> |
| NÃO | <input type="checkbox"/> |

De quantas maneiras distintas pode-se responder a esse questionário?

- a) 3 125
- b) 120
- c) 32
- d) 25
- e) 15

113) (UEL-1995) Dos 30 candidatos ao preenchimento de 4 vagas em certa empresa, sabe-se que 18 são do sexo masculino, 13 são fumantes e 7 são mulheres que não fumam. De quantos modos podem ser selecionados 2 homens e 2 mulheres entre os não fumantes?

- a) 140
- b) 945
- c) 2 380
- d) 3 780
- e) 57 120

114) (PUCCamp-1995) Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. Quantos produtos de 4 fatores distintos, escolhidos entre os elementos de A, contêm o fator 5 e são pares?

- a) 21
- b) 24
- c) 35
- d) 42
- e) 70

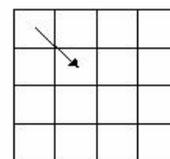
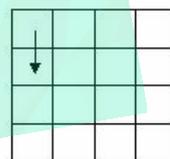
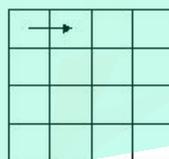
115) (Mack-1996) Num grupo de 10 pessoas temos somente 2 homens. O número de comissões de 5 pessoas que podemos formar com 1 homem e 4 mulheres é:

- a) 70.
- b) 84.
- c) 140.
- d) 210.
- e) 252.

116) (Gama Filho-1997) Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5, quantos são os múltiplos de 5, compostos de 3 algarismos, que podemos formar?

- a) 32
- b) 36
- c) 40
- d) 60
- e) 72

117) (IME-1996) É dado um tabuleiro quadrado 4x4. Deseja-se atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo. Os movimentos permitidos são os representados pelas setas:



De quantas maneiras isto é possível?

118) (FGV-1997) Um processo industrial deve passar pelas etapas A, B, C, D e E.

- a) Quantas seqüências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas no início do processo e A deve anteceder B?
- b) Quantas seqüências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas, em qualquer ordem, e não necessariamente no início do processo?

119) (FEI-1996) Quantos valores inteiros entre 100 e 999 possuem a seguinte característica: a soma do algarismo das centenas com o algarismo das dezenas é igual ao algarismo das unidades?

- a) 450

- b) 45
- c) 90
- d) 9
- e) 1

120) (Fatec-1995) Seis pessoas, entre elas João e Pedro, vão ao cinema. Existem seis lugares vagos, alinhados e consecutivos. O número de maneiras distintas como as seis podem sentar-se sem que João e Pedro fiquem juntos é:

- a) 720
- b) 600
- c) 480
- d) 240
- e) 120

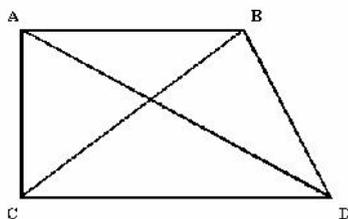
121) (Faap-1997) Quantas motos podem ser licenciadas se cada placa tiver 2 vogais (podendo haver vogais repetidas) e 3 algarismos distintos?

- a) 25.000
- b) 120
- c) 120.000
- d) 18.000
- e) 32.000

122) (Faap-1996) Uma linha ferroviária tem 16 estações. Quantos tipos de bilhetes devem ser impressos, se cada bilhete deve registrar a estação de origem e a de destino?

- a) 240
- b) 256
- c) 64
- d) 272
- e) 128

123) (Faap-1996) Quatro cidades, A, B, C, D são interligadas por vias férreas, conforme a figura. Os trens movimentam-se apenas em linha reta, ligando duas cidades. Para atender a todos os passageiros, quantos tipos de passagens devem ser impressos? (As passagens de "ida" e "volta" são bilhetes distintos).



- a) 15
- b) 12
- c) 10
- d) 16
- e) 13

124) (Faap-1996) Fernando Henrique inaugura mostra da FAAP no Palácio do Itamaraty

O Presidente Fernando Henrique Cardoso abriu a exposição "Modernistas, Modernismo", na noite de 4 de setembro, no Palácio do Itamaraty, em Brasília. A mostra é composta por 36 quadros do acervo da Fundação Armando Álvares Penteado (FAAP) e ficará no Ministério das Relações Exteriores até o próximo dia 26. Mais de 800 pessoas foram à solenidade, que inaugurou as comemorações oficiais da Semana da Pátria. (...)

Em seu discurso, a presidente do Conselho de Curadores da FAAP, dimensionou o Modernismo num contexto abrangente: "Por detrás do encontro com a brasilidade das telas, nas formas, nas letras, havia um grito dos modernistas, num clamor por um projeto nacional".

Estão expostos quadros de Anita Malfatti, Di Cavalcanti, Tarsila do Amaral e outros artistas, selecionados entre as mais de duas mil obras do Museu de Arte Brasileira (MAB) da FAAP.

(O Estado de São Paulo, 17/9/95)

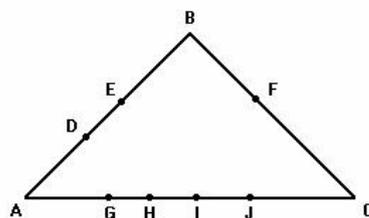
De um acervo que contém três quadros de Anita Malfatti e oito de Di Cavalcanti, pretende-se formar exposições constituídas de um quadro de Anita Malfatti e três de Di Cavalcanti. Quantas exposições diferentes são possíveis?

- a) 56
- b) 168
- c) 93
- d) 59
- e) 140

125) (Mack-1998) A partir do grupo de 12 professores, quer se formar uma comissão com um presidente, um relator e cinco outros membros. O número de formas de se compor a comissão é:

- a) 25 940
- b) 33 264
- c) 27 746
- d) 12 772
- e) 13 024

126) (UFMG-1994) Observe a figura.



Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é:

- a) 20
- b) 21
- c) 25
- d) 31
- e) n.d.a.

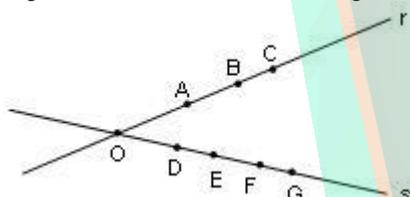
127) (UEL-1994) São dados 12 pontos num plano, 3 a 3 não colineares. O número de retas distintas determinadas por esses pontos é:

- a) 66
- b) 78
- c) 83
- d) 95
- e) 131

128) (Fuvest-2003) Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

- a) 360
- b) 420
- c) 540
- d) 600
- e) 640

129) (UEL-1998) Considere duas retas r e s , concorrentes em um ponto O , conforme mostra a figura abaixo.



O número de triângulos que podem ser construídos, tendo por vértices três dos oito pontos assinalados, é:

- a) 84
- b) 72
- c) 56
- d) 42
- e) 36

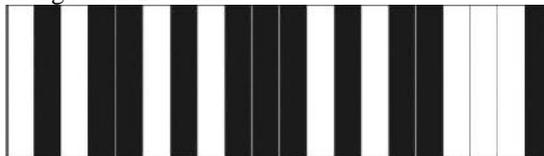
130) (Olimpíada de Matemática Argentina-1989) Deseja-se organizar uma viagem presidencial a Chile, Peru, Bolívia, Paraguai e Brasil. Quantos itinerários possíveis existem (sem repetir países)?

131) (OBM-1998) Um menino joga três dados e soma os números que aparecem nas faces voltadas para cima. O número de diferentes resultados dessa adição é:

- a) 12
- b) 18
- c) 216
- d) 16

e) 15

132) (ENEM-2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe abaixo um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.



Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima.

Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

- a) 14.
- b) 12.
- c) 8.
- d) 6.
- e) 4.

133) (AFA-1998) Lançando-se 4 dados, sucessivamente, o número de maneiras de se obter soma 7 é

- a) 20
- b) 24
- c) 72
- d) 216

134) (AFA-1998) A quantidade de números naturais de 4 algarismos distintos, formados por 1, 2, 3, 4, 5 e 6, que contém o algarismo 3 ou o algarismo 4 é

- a) 196
- b) 286
- c) 336
- d) 446

135) (AFA-1998) O número de anagramas da palavra **ALAMEDA** que não apresenta as 4 vogais juntas é

- a) 96
- b) 744
- c) 816
- d) 840

136) (ESPM-1995) Uma lanchonete especializada em hot dogs oferece ao freguês 10 tipos diferentes de molhos como tempero adicional, que podem ser usados à vontade. O tipos de hot dogs diferentes que podem ser feitos na lanchonete serão:

- a) 100
- b) 10!
- c) $10.C_{10,2}$
- d) $10.A_{10,2}$
- e) 2^{10}

137) (AFA-1999) Em uma reunião social, cada participante cumprimenta todos os outros uma única vez. Se houve um total de 36 cumprimentos, o número de participantes da reunião é

- a) 7.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.

138) (AFA-1999) Quatro pontos não-coplanares determinam, exatamente, quantos planos?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

139) (UFRN-2002) De acordo com o Conselho Nacional de Trânsito - CONTRAN, os veículos licenciados no Brasil são identificados externamente por meio de placas cujos caracteres são três letras do alfabeto e quatro algarismos. Nas placas abaixo, as letras estão em seqüência e os algarismos também.



O número de placas que podemos formar com as letras e os algarismos distribuídos em seqüência, como nos exemplos, é

- a) 192
- b) 168
- c) 184
- d) 208

140) (FAZU-2002) Se $C_{n,6} = C_{n,4}$, o valor de $C_{n,6}$ é um número:

- a) múltiplo de 10

- b) primo
- c) múltiplo de 13
- d) divisor de 3
- e) múltiplo de 8

141) (Vunesp-1999) Considere o conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Quantos números de dois algarismos distintos é possível formar com os elementos do conjunto A, de modo que:

- a) a soma dos algarismos seja ímpar?
- b) a soma dos algarismos seja par?

142) (Vunesp-1999) De uma certa doença são conhecidos n sintomas. Se, num paciente, forem detectados k ou mais desses possíveis sintomas, $0 < k \leq n$, a doença é diagnosticada. Seja $S(n, k)$ o número de combinações diferentes dos sintomas possíveis para que o diagnóstico possa ser completado de maneira segura.

- a) Determine $S(6, 4)$.
- b) Dê uma expressão geral para $S(n, k)$, onde n e k são inteiros positivos, com $0 < k \leq n$.

143) (Unicamp-2000) Para representar um número natural positivo na base 2, escreve-se esse número como soma de potências de 2. Por exemplo: $13 = 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 1101$.

- a) Escreva o número $2^6 + 13$ na base 2.
- b) Quantos números naturais positivos podem ser escritos na base 2 usando-se exatamente cinco algarismos?
- c) Escolhendo-se ao acaso um número natural n tal que $1 \leq n \leq 2^{50}$, qual a probabilidade de que sejam usados exatamente quarenta e cinco algarismos para representar o número n na base 2?

144) (Unicamp-1999) Um torneio de futebol foi disputado por quatro equipes em dois turnos, isto é, cada equipe jogou duas vezes com cada uma das outras. Pelo regulamento do torneio, para cada vitória são atribuídos 3 pontos ao vencedor e nenhum ponto ao perdedor. No caso de empate, um ponto para cada equipe. A classificação final no torneio foi a seguinte:

| Classificação | Equipe | Número de pontos |
|---------------|--------|------------------|
| 1º lugar | A | 13 |
| 2º lugar | B | 11 |
| 3º lugar | C | 5 |
| 4º lugar | D | 3 |

- a) Quantas partidas foram disputadas em todo o torneio?
- b) Quantos foram os empates?
- c) Construa uma tabela que mostre o número de vitórias, de empates e de derrotas de cada uma das quatro equipes.

145) (UFBA-1998) Sendo $P_n = 12P_{n-1}$ e $P_n = n!$, pode-se afirmar:

01. Se $C_{n,2(x+2)} = C_{n,3x-2}$, então $x = 6$.
 02. Um polígono regular convexo de n lados tem 54 diagonais.
 04. O coeficiente do termo de grau 7 do

desenvolvimento $(2x - 3x^2)^{n-2}$ é 720.

08. Com n músicos que tocam bateria, guitarra e contrabaixo indistintamente, podem-se formar 440 conjuntos musicais, cada um com 3 componentes.
 16. Ligando-se quatro a quatro os 5 pontos de uma reta aos n pontos de uma outra reta na paralela à primeira, podem-se obter 60 quadriláteros.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

146) (Unep-1998) Uma senhora idosa foi retirar dinheiro em um caixa automático, mas se esqueceu da senha. Lembrava que não havia o algarismo 0, que o primeiro algarismo era 8, o segundo era par, o terceiro era menor que 5 e o quarto e último era ímpar. Qual o maior número de tentativas que ela pode fazer, no intuito de acertar a senha?

- a) 13
 b) 60
 c) 75
 d) 78
 e) 80

147) (Unicamp-1998) a) De quantas maneiras é possível distribuir 20 bolas iguais entre 3 crianças de modo que cada uma delas receba, pelo menos, 5 bolas?
 b) Supondo que essa distribuição seja aleatória, qual a probabilidade de uma delas receber exatamente 9 bolas ?

148) (Unaerp-1996) Uma fechadura de segredo possui 4 contadores que podem assumir valores de 0 a 9 cada um, de tal sorte que, ao girar os contadores, esses números podem ser combinados, para formar o segredo e abrir a fechadura. De quantos modos esses números podem ser combinados para se tentar encontrar o segredo?

- a) 10.000
 b) 64.400
 c) 83.200
 d) 126
 e) 720

149) (UFPE-1995) Uma prova de matemática é constituída de 16 questões do tipo múltipla escolha, tendo cada questão 5 alternativas distintas. Se todas as 16 questões forem respondidas ao acaso, o número de maneiras distintas de se preencher o cartão de respostas será:

- a) 80
 b) 16^5
 c) 5^{32}
 d) 16^{10}
 e) 5^{16}

150) (UFES-1996) Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento.

De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

- a) 12
 b) 17
 c) 19
 d) 23
 e) 60

151) (UFBA-1996) Com os dígitos 1, 2, 3, 4, 6 e 8, pode-se formar x números ímpares, com três algarismos distintos cada um. Determine x .

152) (UNIUBE-2001) O código Morse é um mecanismo de codificação de mensagens muito conhecido para representar as letras do alfabeto no qual são utilizados dois símbolos: o ponto • e o traço –. Nele, cada letra é representada por uma seqüência ordenada de pontos e traços, sendo que o número de símbolos utilizados na seqüência correspondente à representação de uma dada letra, será denominado comprimento da mesma. Exemplificando, a letra d é representada pela seguinte seqüência ordenada de comprimento 3: – • •

O menor natural k para o qual se pode fazer uma nova codificação para representar as 23 letras do alfabeto, com seqüências de comprimento menores ou iguais a k , é igual a

- a) 6
 b) 3
 c) 5
 d) 4

153) (UECE-2002) O número máximo de planos que podem ser determinados por 5 pontos no espaço é:

- a) 20
 b) 15
 c) 12
 d) 10

154) (UECE-2002) No sistema decimal de numeração, os números inteiros entre 100 e 999 que possuem algarismos diferentes constituem um conjunto com n elementos. O valor de n é:

- a) 720

- b) 648
- c) 576
- d) 504

155) (Vunesp-2000) Um turista, em viagem de férias pela Europa, observou pelo mapa que, para ir da cidade A à cidade B, havia três rodovias e duas ferrovias e que, para ir de B até uma outra cidade, C, havia duas rodovias e duas ferrovias. O número de percursos diferentes que o turista pode fazer para ir de A até C, passando pela cidade B e utilizando rodovia e trem obrigatoriamente, mas em qualquer ordem, é:

- a) 9.
- b) 10.
- c) 12.
- d) 15.
- e) 20.

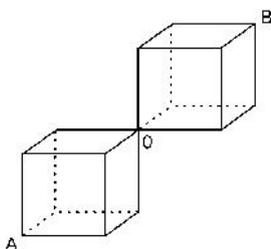
156) (UFC-2002) A quantidade de números inteiros, positivos e ímpares, formados por três algarismos distintos, escolhidos dentre os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, é igual a:

- a) 320
- b) 332
- c) 348
- d) 360
- e) 384

157) (UFSCar-2000) A câmara municipal de um determinado município tem exatamente 20 vereadores, sendo que 12 deles apóiam o prefeito e os outros são contra. O número de maneiras diferentes de se formar uma comissão contendo exatamente 4 vereadores situacionistas e 3 opositoristas é:

- a) 27720.
- b) 13860
- c) 551
- d) 495
- e) 56

158) (UFSCar-2000) Considere a figura ao lado. O número de caminhos mais curtos, ao longo das arestas dos cubos, ligando os pontos A e B, é:



- a) 2.
- b) 4.
- c) 12.
- d) 18.
- e) 36

159) (ITA-2002) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b e c?

- a) 1692.
- b) 1572.
- c) 1520.
- d) 1512.
- e) 1392.

160) (ITA-1998) O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:

- a) 12!
- b) 8!.5!
- c) 12! - 8!.5!
- d) 12! - 8!
- e) 12! - 7!.5!

161) (Unitau-1995) O número de anagramas da palavra BIOCÊNCIAS que terminam com as letras AS, nesta ordem é:

- a) 9!
- b) 11!
- c) 9!/(3! 2!)
- d) 11!/2!
- e) 11!/3!

162) (UFMG-1995) Duas das cinquenta cadeiras de uma sala serão ocupadas por dois alunos. O número de maneiras distintas possíveis que esses alunos terão para escolher duas das cinquenta cadeiras, para ocupá-las, é:

- a) 1225
- b) 2450
- c) 2^{50}
- d) 49!
- e) 50!

163) (Mack-1996) Uma urna contém 6 bolas pretas idênticas e 3 bolas brancas, também idênticas. Retiradas, uma de cada vez, a extração das 9 bolas pode ser feita de k formas diferentes. Então k vale:

- a) 9!
- b) 84
- c) 81
- d) 6.6!
- e) 162

164) (Mack-1996) Os anagramas distintos da palavra MACKENZIE que têm a forma E.....E são em número de:

- a) 9!
- b) 8!
- c) 2.7!
- d) 9! -7!
- e) 7!

165) (Fuvest-1995) Quantos são os números inteiros positivos de 5 algarismos que não têm algarismos adjacentes iguais?

- a) 5^9 .
- b) 9×8^4 .
- c) 8×9^4 .
- d) 8^5 .
- e) 9^5 .

166) (Unicamp-2002) Em Matemática, um número natural a é chamado *palíndromo* se seus algarismos, escritos em ordem inversa, produzem o mesmo número. Por exemplo, 8, 22 e 373 são palíndromos. Pergunta-se:

- a) Quantos números naturais palíndromos existem entre 1 e 9.999?
- b) Escolhendo-se ao acaso um número natural entre 1 e 9.999, qual é a probabilidade de que esse número seja palíndromo? Tal probabilidade é maior ou menor que 2%? Justifique sua resposta.

167) (Fuvest-2001) Uma classe de Educação Física de um colégio é formada por dez estudantes, todos com alturas diferentes. As alturas dos estudantes, em ordem crescente, serão designadas por h_1, h_2, \dots, h_{10} ($h_1 < h_2 < \dots < h_9 < h_{10}$). O professor vai escolher cinco desses estudantes para participar de uma demonstração na qual eles se apresentarão alinhados, em ordem crescente de suas alturas.

Dos $\binom{10}{5} = 252$ grupos que podem ser escolhidos, em quantos, o estudante, cuja altura é h_7 , ocupará a posição central durante a demonstração?

- a) 7
- b) 10
- c) 21
- d) 45
- e) 60

168) (IBMEC-2001) Considere que cinco carros estão em fila para entrar em um estacionamento que possui cinco vagas, lado a lado. Se o 1º carro pode escolher qualquer vaga e cada um dos outros carros ao estacionar deve justapor-se a um carro já estacionado, quantos são os modos possíveis dos carros ocuparem as cinco vagas?

- a) 32
- b) 31
- c) 5
- d) 16
- e) 5!

169) (Fuvest-1980) O número de anagramas da palavra FUVEST que começam e terminam por vogal é:

- a) 24
- b) 48
- c) 96
- d) 120
- e) 144

170) (Mack-2002) O número de filas diferentes que podem ser formadas com 2 homens e 3 mulheres, de modo que os homens não fiquem juntos, é:

- a) 96
- b) 72
- c) 48
- d) 84
- e) 120

171) (PUC-SP-2002) No saguão de um teatro, há um lustre com 10 lâmpadas, todas de cores distintas entre si. Como medida de economia de energia elétrica, o gerente desse teatro estabeleceu que só deveriam ser acesas, simultaneamente, de 4 a 7 lâmpadas, de acordo com a necessidade. Nessas condições, de quantos modos distintos podem ser acesas as lâmpadas desse lustre?

- a) 664
- b) 792
- c) 852
- d) 912
- e) 1 044

172) (Fatec-2002) Para participar de um campeonato de futebol, o técnico da FATEC selecionou 22 jogadores, 2 para cada posição. O número de maneiras distintas que o técnico pode formar esse time de modo que nenhum jogador atue fora de sua posição é:

- a) 2541
- b) 2048
- c) 462
- d) 231
- e) 44

173) (Unifesp-2002) Em um edifício residencial de São Paulo, os moradores foram convocados para uma reunião, com a finalidade de escolher um síndico e quatro membros do conselho fiscal, sendo proibida a acumulação de cargos. A escolha deverá ser feita entre dez moradores. De quantas maneiras diferentes será possível fazer estas escolhas?

- a) 64.
- b) 126.
- c) 252.
- d) 640.
- e) 1260.

174) (Vunesp-2002) Quatro amigos, Pedro, Luísa, João e Rita, vão ao cinema, sentando-se em lugares consecutivos na mesma fila. O número de maneiras que os quatro podem ficar dispostos de forma que Pedro e Luísa fiquem sempre juntos e João e Rita fiquem sempre juntos é

- a) 2.

- b) 4.
- c) 8.
- d) 16.
- e) 24.

175) (Unicamp-2001) O sistema de numeração na base 10 utiliza, normalmente, os dígitos de 0 a 9 para representar os números naturais, sendo que o zero não é aceito como o primeiro algarismo da esquerda. Pergunta-se:

- a) Quantos são os números naturais de cinco algarismos formados por cinco dígitos diferentes?
- b) Escolhendo-se ao acaso um desses números do item a, qual a probabilidade de que seus cinco algarismos estejam em ordem crescente?

176) (UNIFOR-2002) Considere todos os anagramas da palavra DIPLOMATA que começam e terminam pela letra A. Quantos desses anagramas têm todas as consoantes juntas?

- a) 180
- b) 360
- c) 720
- d) 1 080
- e) 1 440

177) (PUC-SP-1996) Para ter acesso a certo arquivo de um microcomputador, o usuário deve realizar duas operações: digitar uma senha composta de 3 algarismos distintos e, se a senha digitada for aceita, digitar uma segunda senha, composta por duas letras distintas, escolhidas num alfabeto de 26 letras. Quem não conhece as senhas pode fazer tentativas. O número máximo de tentativas necessárias para ter acesso ao arquivo é:

- a) 4100
- b) 3286
- c) 2720
- d) 1900
- e) 1370

178) (Mack-1998) Os anagramas da palavra VESTIBULAR, com as vogais em ordem alfabética como no exemplo (VSATEBILUR) são em número de:

- a) $10!/4!$
- b) $4!.6!$
- c) $10!-6!$
- d) $4.10!/6!$
- e) $10!/6!$

179) (Mack-1998) Nesta prova, as questões têm 5 alternativas distintas e uma única correta. Em qualquer questão, o número de formas de se distribuir as alternativas, de modo que a correta não seja (a) nem (b) é:

- a) 72
- b) 48

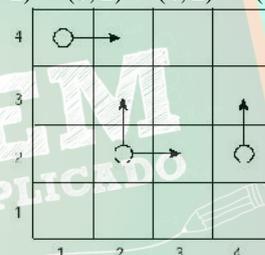
- c) 108
- d) 140
- e) 144

180) (FGV-2001) Uma senha de uma rede de computadores é formada por 5 letras escolhidas entre as 26 do alfabeto (a ordem é levada em consideração).

- a) Quantas senhas existem com todas as letras distintas, e que comecem pela letra S ?
- b) Quantas senhas são possíveis, de modo que haja pelo menos duas letras iguais?

Observação: O resultado pode ser deixado indicado, não sendo necessário fazer as contas.

181) (Fuvest-2002) Um tabuleiro tem 4 linhas e 4 colunas. O objetivo de um jogo é levar uma peça da casa inferior esquerda (casa (1, 1)) para a casa superior direita (casa (4, 4)), sendo que esta peça deve mover-se, de cada vez, para a casa imediatamente acima ou imediatamente à direita. Se apenas uma destas casas existir, a peça irá mover-se necessariamente para ela. Por exemplo, dois caminhos possíveis para completar o trajeto são (1, 1) (1, 2) (2, 2) (2, 3) (3, 3) (3, 4) (4, 4) e (1, 1) (2, 1) (2, 2) (3, 2) (4, 2) (4, 3) (4, 4).



- a) Por quantos caminhos distintos pode-se completar esse trajeto?
- b) Suponha que o caminho a ser percorrido seja escolhido da seguinte forma: sempre que houver duas opções de movimento, lança-se uma moeda não viciada; se der cara, a peça move-se para a casa à direita e se der coroa, ela se move para a casa acima. Desta forma, cada caminho contado no item a) terá uma certa probabilidade de ser percorrido. Descreva os caminhos que têm maior probabilidade de serem percorridos e calcule essa probabilidade.

182) (FGV-2002) a) Uma urna contém 5 bolinhas numeradas de 1 a 5. Uma bolinha é sorteada, tem observado seu número, e é recolocada na urna. Em seguida, uma segunda bolinha é sorteada e tem observado seu número. Qual a probabilidade de que a soma dos números sorteados seja superior a 7?

- b) Uma urna contém n bolinhas numeradas de 1 a n. Sorteando-se duas bolinhas sucessivamente com reposição, e observando-se os números do 1º e do 2º sorteio, quantos resultados são possíveis? Qual seria a resposta se não houvesse reposição?

183) (UFMG-1999) Um teste é composto por 15 afirmações. Para cada uma delas, deve-se assinalar, na folha de respostas, uma das letras V ou F, caso a afirmação seja, respectivamente, verdadeira ou falsa. A fim de se obter, pelo menos, 80% de acertos, o número de maneiras diferentes de se marcar a folha de respostas é:

- a) 455
- b) 576
- c) 560
- d) 620

184) (UFC-1998) A quantidade de números inteiros positivos de 8 algarismos, formados somente pelos algarismos 1, 2 e 3, nos quais números cada um destes algarismos aparece pelo menos uma vez, é:

- a) $3^8 + 3 \cdot 2^8$
- b) $3^8 - 3 \cdot 2^8$
- c) $3^8 + 3 \cdot 2^8 - 3$
- d) $3^8 + 3 \cdot 2^8 + 3$
- e) $3^8 - 3 \cdot 2^8 + 3$

185) (Fuvest-1998) Num torneio de tênis, no qual todas as partidas são eliminatórias, estão inscritos 8 jogadores. Para definir a primeira rodada do torneio realiza-se um sorteio casual que divide os 8 jogadores em 4 grupos de 2 jogadores cada um.

- a) De quantas maneiras diferentes pode ser constituída a tabela de jogos da primeira rodada?
- b) No torneio estão inscritos quatro amigos A, B, C e D. Nenhum deles gostaria de enfrentar um dos outros logo na primeira rodada do torneio. Qual é a probabilidade de que esse desejo seja satisfeito?
- c) Sabendo que pelo menos um dos jogos da primeira rodada envolve 2 dos 4 amigos, qual é a probabilidade condicional de que A e B se enfrentem na primeira rodada?

186) (Fuvest-1998) Com as 6 letras da palavra FUVEST podem ser formadas $6! = 720$ "palavras" (anagramas) de 6 letras distintas cada uma. Se essas "palavras" forem colocadas em ordem alfabética, como um dicionário, a 250ª "palavra" começa com:

- a) EV
- b) FU
- c) FV
- d) SE
- e) SF

187) (UFMG-1995) Formam-se comissões de três professores escolhidos entre os sete de uma escola. O número de comissões distintas que podem, assim, ser formadas é:

- a) 35
- b) 45
- c) 210
- d) 7^3
- e) $7!$

188) (Mack-1997) Um juiz dispõe de 10 pessoas, das quais somente 4 são advogados, para formar um único júri com 7 jurados. O número de formas de compor o júri, com pelo menos 1 advogado, é:

- a) 120
- b) 108
- c) 160
- d) 140
- e) 128

189) (Mack-1996) A partir de um grupo de 10 pessoas devemos formar k comissões de pelo menos dois membros, sendo que em todas deve aparecer uma determinada pessoa A do grupo. Então k vale:

- a) 1024.
- b) 512.
- c) 216.
- d) 511.
- e) 1023.

190) (ITA-1996) Três pessoas, A, B, C, chegam no mesmo dia a uma cidade onde há cinco hotéis H_1, H_2, H_3, H_4 e H_5 . Sabendo que cada hotel tem pelo menos três vagas, qual/ quais das seguintes afirmações, referentes à distribuição das três pessoas nos cinco hotéis, é/ são corretas?

- (I) Existe um total de 120 combinações.
- (II) Existe um total de 60 combinações se cada pessoa pernoitar num hotel diferente.
- (III) Existe um total de 60 combinações se duas e apenas duas pessoas pernoitarem no mesmo hotel.

- a) Todas as afirmações estão verdadeiras.
- b) Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- c) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- d) Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.
- e) Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

191) (Fuvest-1997) Os trabalhos da diretoria de um clube são realizados por seis comissões. Cada diretor participa exatamente de duas comissões e cada duas comissões têm exatamente um diretor comum.

- a) Quantos diretores tem o clube?
- b) Escolhendo-se, ao acaso, dois diretores, qual é a probabilidade de que eles sejam de uma mesma comissão?

192) (Mack-2002) 12 professores, sendo 4 de matemática, 4 de geografia e 4 de inglês, participam de uma reunião com

o objetivo de formar uma comissão que tenha 9 professores, sendo 3 de cada disciplina. O número de formas distintas de se compor essa comissão é:

- a) 36
- b) 108
- c) 12
- d) 48
- e) 64

193) (Unitau-1995) O número de maneiras que se pode escolher uma comissão de três elementos num conjunto de dez pessoas é:

- a) 120.
- b) 210.
- c) 102.
- d) 220.
- e) 110.

194) (Unesp-1997) Num grupo de 5 pessoas, duas são irmãs. O número de maneiras distintas que elas podem ficar em fila, de maneira que as duas irmãs fiquem sempre juntas, é igual a:

- 1) 24
- 2) 48
- 3) 120
- 4) 240
- 5) 420

195) (Fuvest-1997) Numa primeira fase de um campeonato de xadrez cada jogador joga uma vez contra todos os demais. Nessa fase foram realizados 78 jogos. Quantos eram os jogadores?

- a) 10
- b) 11
- c) 12
- d) 13
- e) 14

196) (Unifesp-2003) O corpo clínico da pediatria de um certo hospital é composto por 12 profissionais, dos quais 3 são capacitados para atuação junto a crianças que apresentam necessidades educacionais especiais. Para fins de assessoria, deverá ser criada uma comissão de 3 profissionais, de tal maneira que 1 deles, pelo menos, tenha a capacitação referida. Quantas comissões distintas podem ser formadas nestas condições?

- a) 792.
- b) 494.
- c) 369.
- d) 136.
- e) 108.

197) (OBM-1999) Emanuela, Marta e Isabel são três nadadoras que gostam de competir e por isso resolveram organizar um desafio de natação entre elas. Ficou combinado o total de pontos para o primeiro, o segundo e o terceiro lugares em cada prova. A pontuação para primeiro

lugar é maior que a para o segundo e esta é maior que a pontuação para o terceiro. As pontuações são números inteiros positivos. O desafio consistiu de várias provas e ao final observou-se que Emanuela fez 20 pontos, Marta 9 pontos e Isabel 10. A primeira prova foi vencida por Isabel.

Quantas provas foram disputadas?

Determine o total de pontos para o primeiro, segundo e terceiro lugares.

198) (OBM-2000) O campeonato *Venusiano* de futebol é disputado por 10 times, em dois turnos. Em cada turno cada equipe joga uma vez contra cada uma das outras. Suponha que o *Vulcano FC* vença todas as partidas do 1º. turno. Caso não vença o 2º. turno, o *Vulcano FC* jogará uma final contra o vencedor do 2º. turno, na qual terá vantagem caso faça mais pontos que o adversário durante todo o campeonato (vitória vale 3 pontos, empate vale 1 ponto e derrota 0 pontos).

a) Determine o menor n tal que, se o *Vulcano FC* fizer **exatamente n pontos** no segundo turno, garantirá pelo menos a vantagem na final (independente de contra quem e com que placares conquiste os n pontos).

b) Determine o menor n tal que, se o *Vulcano FC* fizer **pelo menos n pontos** no segundo turno, garantirá pelo menos a vantagem na final (independente de contra quem e com que placares conquiste os n pontos).

199) (OBM-2000) De quantas maneiras diferentes podemos construir um paralelepípedo usando exatamente 216 blocos cúbicos de medidas $1 \times 1 \times 1$?

Blocos de dimensões $2 \times 3 \times 36$ e $2 \times 36 \times 3$ devem ser considerados iguais.

200) (Fuvest-1996) Considere todas as trinta e duas seqüências, com cinco elementos cada uma, que podem ser formadas com os algarismos 0 e 1. Quantas dessas seqüências possuem pelo menos três zeros em posições consecutivas?

- a) 3
- b) 5
- c) 8
- d) 12
- e) 16

201) (Fuvest-1994) O jogo da sena consiste no sorteio de 6 números distintos, escolhidos ao acaso, entre os números 1,2,3,...,até 50. Uma aposta consiste na escolha (pelo apostador) de 6 números distintos entre os 50 possíveis, sendo premiadas aquelas que acertarem 4 (quadra), 5(quina) ou todos os 6(sena) números sorteados. Um apostador, que dispõe de muito dinheiro para jogar, escolhe 20 números e faz todos os 38760 jogos possíveis de serem realizados com esses 20 números. Realizado o

sorteio, ele verifica que TODOS os 6 números sorteados estão entre os 20 que ele escolheu. Além de uma aposta premiada com a sena.

- a) Quantas apostas premiadas com a quina este apostador conseguiu?
- b) Quantas apostas premiadas com a quadra ele conseguiu?

202) (Faap-1996) O setor de emergência de uma unidade do Unicor tem três médicos e oito enfermeiros. A direção do Unicor deverá formar equipes de plantão constituídas de um médico e três enfermeiros. O número de equipes diferentes possíveis é:

- a) 168
- b) 3
- c) 56
- d) 24
- e) 336

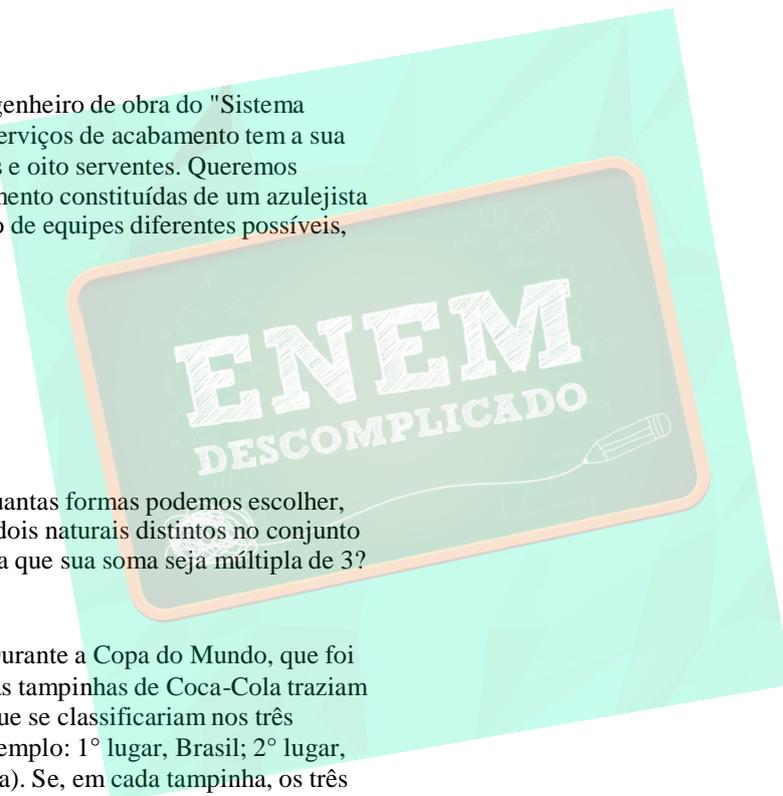
203) (Faap-1996) Um engenheiro de obra do "Sistema Fácil", para determinar serviços de acabamento tem a sua disposição três azulejistas e oito serventes. Queremos formar equipes de acabamento constituídas de um azulejista e três serventes, o número de equipes diferentes possíveis, é:

- a) 3 b) 56 c) 112 d) 168 e) 120

204) (Covest-1997) De quantas formas podemos escolher, sem considerar a ordem, dois naturais distintos no conjunto $\{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$ de forma que sua soma seja múltipla de 3?

205) (Cesgranrio-1995) Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca-Cola traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: 1º lugar, Brasil; 2º lugar, Nigéria; 3º lugar, Holanda). Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

- a) 69
- b) 2024
- c) 9562
- d) 12144
- e) 13824



Gabarito

- 1) a) $n + 1$

$$\frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2}$$
 b) $\frac{(n-k+2) \cdot (n-k+1)}{(n+2) \cdot (n+1)}$

2) Alternativa: A

3) Alternativa: A

4) Alternativa: D

5) Alternativa: D

- 6) a) 3003 maneiras
 b) 450 maneiras
 c) $\frac{95}{273}$

7) Alternativa: A

8) Alternativa: B

9) Alternativa: B

- 10) a) 150
 b) $P = 0,729 = 72,9\%$

11) Alternativa: C

12) Alternativa: C

13) Alternativa: A

14) Alternativa: A

15) Alternativa: D

- 16) Alternativa: A
 $C_{16,3} - 10 \cdot C_{4,3} - 4 \cdot C_{3,3} = 520$

- 17) a) 4
 b) $\frac{1}{5}$

18) Alternativa: A

19) Alternativa: C

20) Alternativa: C

21) Alternativa: E

Os 3 membros da família Souza podem sentar-se em 3 bancos, de 3! formas possíveis em cada banco;
 Os namorados podem sentar-se em 2 bancos, em 2 posições por banco de 2! formas possíveis em cada posição;
 Os 4 restantes podem sentar-se de 4! formas possíveis nos lugares restantes:

Assim, temos $3 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 2! \cdot 4! = 3456$

22) Alternativa: A

23)
 $C_{20,5} - 4^5 = 14480$

24) a) 45 maneiras

b) $\frac{1}{15}$

c) $\frac{14}{15}$

25) Alternativa: D

26) Alternativa: E

27) Alternativa: A

28) Alternativa: E

29) Alternativa: D

30) Resposta - 30

31) Alternativa: D

32) Alternativa: B

33) Alternativa: D

34) Resposta: D
 Resolução: $C_{5,2} + C_{5,3} + C_{5,4} + C_{5,5} = 2^5 - 5 - 1 = 26$

35) Alternativa: B

36) a) Resposta: Para 5 unidades serem fiscalizadas por 4 pessoas, precisamos de 20 pessoas (não necessariamente distintas). Como cada um fiscaliza 2 unidades, são 10 integrantes; e assim sendo, 1 bolo para cada.
 b) Resposta: Bocão, pois não corta, e tem seu pedaço escolhido por outro.

37) Alternativa: A



38) a)

$$\text{Número total de jogos} \Rightarrow C_{20,2} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

$$\text{Número de jogos por semana} \Rightarrow \frac{20}{2} = 10$$

$$\text{Número de semanas} \Rightarrow \frac{190}{10} = 19$$

b) Probabilidade do primeiro jogo ser composto por duas

$$\Rightarrow P = \frac{C_{4,2}}{C_{20,2}}$$

equipes cariocas

$$P = \frac{3}{95}$$

39) Alternativa: C

40) Alternativa: D

41) a) 720 e 120, respectivamente.

b) 481^a e 312465.

42) Alternativa: D

$$43) a) \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$b) \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

44) Alternativa: C

45) Alternativa: E

46) Alternativa: C

47) Alternativa: B

48) Alternativa: D

49) a) 35.

$$\frac{18}{2}$$

b) 35

50) Alternativa: C

51) Resposta: a

$$3 \cdot (10 + 45 + 120) = 525$$

52) Alternativa: B

53) Alternativa: B

54) Sem Resposta

Pelo princípio da casa dos pombos, temos pelo menos 8 pessoas com aniversário no mesmo dia e mês, e, portanto, pelo menos 2 com aniversário no mesmo dia e mês e nascidos no mesmo dia da semana.

55) Alternativa: B

56) Alternativa: C

57) Alternativa: C
 $C_{4,2} \cdot 10 \cdot 9 = 540$

58) Alternativa: D
 $P_{10} = 10!$

$$59) 2^n - C_{n,0} - C_{n,1} - C_{n,2} = 2^n - \frac{n^2 + n + 2}{2}$$

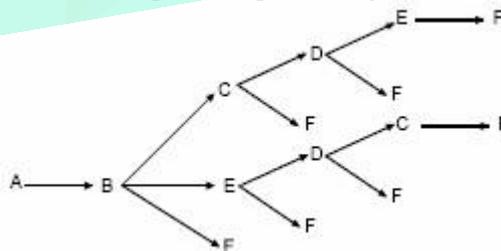
60) a) $C_{17,3} = 680$

$$b) 2^{17} - C_{17,0} - C_{17,1} - C_{17,2} = 130\,918$$

61) Alternativa: A

62) Resp: 28

Resolução: Do ponto A o besouro pode alcançar os pontos B, C, D e E, na primeira etapa. Vejamos quantos caminhos, saindo de A e passando por B, chegam até F:



Percebe-se que há 7 caminhos diferentes. Analogamente, há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por C, até F; há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por D, até F; há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por E, até F. Logo, há $7 \cdot 4 = 28$ caminhos diferentes de A para F, nas condições do problema.

63) Alternativa: B

resolução: Duas circunferências distintas se cortam em, no máximo, dois pontos distintos.

Portanto, o número máximo de pontos de interseção de 10 circunferências distintas é:

$$2.C_{10,2} = 90$$

64) a) 325 palavras
b) 212ª posição

65) Alternativa: E
 $4.C_{5,2} + 4 + 2 + 1 = 47$

66) Alternativa: B

67) Alternativa: D

68) a) $\frac{5}{72}$
b) 8

69) a) 161.280
b) $\frac{1}{14}$

70) Alternativa: C
Uma das 3 empresas fará 2 trabalhos. Assim, podemos ter as seguintes distribuições de trabalhos:
AABC, ABAC, = 12 possibilidades de a empresa A fazer os 2 trabalhos
BBAC, BABC, = 12 possibilidades de a empresa B fazer os 2 trabalhos
CCBA, CBCA, = 12 possibilidades de a empresa C fazer os 2 trabalhos
Totalizando 36 trabalhos.

71) Alternativa: E
Em cada coluna temos $C_{15,5} = 3003$

72) Alternativa: B

73) Alternativa: C
 $11.11.10.9 = 10.890$
Obs: é necessário considerar que os demais cargos da diretoria são distintos, para se obter essa resposta.

74) Alternativa: D
 $6!.2! = 1440$

75) Alternativa: C

76) Alternativa: A

As possibilidades são:

| Vitórias | empates | derrotas | pontos |
|----------|---------|----------|--------|
| 2 | 13 | 0 | 19 |
| 3 | 10 | 2 | 19 |
| 4 | 7 | 4 | 19 |
| 5 | 4 | 6 | 19 |
| 6 | 1 | 8 | 19 |

77) 1. $C_{4,2}.C_{4,3} = 24$ maneiras
2. $C_{4,2}.(12.C_{4,3}) = 288$ maneiras
3. $(13.C_{4,2}).(12.C_{4,3}) = 3744$ maneiras

78) Alternativa: A

79) a) $C_{6,2} = 15$ opções (OBS: considera-se aqui que esteja implícito que o candidato vai cursar 2 de informática, obrigatoriamente. Isso não é claro na pergunta.)
b) $C_{4,2}.C_{6,2} = 6.15 = 90$ opções.

80) a) $C_{5,2} = 10$ pares
b) $3.4.10 = 120$ equipes

81) Alternativa: E

82) Alternativa: D
 $C_{6,2}.4.4 = 240$

83) Alternativa: B

84) Alternativa: C
 $A_{5,3} = 5.4.3 = 60$

85) e) $5.A_{6,3}.C_{7,2} = 12.600$

86) Alternativa: E

87) Alternativa: D

88) a) $C_{12,2} = 66$ duplas.
b) A média de idade dos jogadores é 27, portanto qualquer dupla formada entre os 8 que têm menos de 27 anos terá média inferior a 27. Com isso, são $C_{8,2} = 28$ duplas. Além dessas, temos mais 1 formada pelo atleta de 29 anos e pelo de 22 anos, e mais duas, formadas por um atleta de 31 anos e o de 22.
Assim, $28 + 1 + 2$ são 31 duplas com média de idade inferior a 27 anos, portanto a probabilidade é $P = \frac{31}{66}$.

89) Alternativa: B
 $5! = 120$

90) a) $4.3.2.2 = 48$ maneiras
b) $4.1.3.3 = 36$ maneiras

91) Alternativa: C

Devemos ter governador homem e vice mulher ou governador mulher e vice homem.
Assim, $2.2 + 1.4 = 8$ maneiras.

92) Alternativa: E

O número de possibilidades para o primeiro banco é $3.3 = 9$, para o segundo é $2.2 = 4$ e para o terceiro é $1.1 = 1$.
Portanto, o número de maneiras segundo as quais podemos dispor os 3 homens e as 3 mulheres, em três bancos e sem levar em conta a posição do casal no banco, é $9.4.1 = 36$.

93) Precisamos de um par e 2 ímpares ou de 3 pares:

$$PII = C_{15,1} \cdot C_{15,2} = 1575$$

$$PPP = C_{15,3} = 455$$

Total: $455 + 1575 = 2030$ maneiras

94) Alternativa: E

$$\mathbf{95)} 9.10.10.10 - 8.9.9.9 = 3168 \text{ números}$$

$$\mathbf{96)} 3!.6! = 4320 \text{ (a)}$$

97) Alternativa: D

98) Alternativa: A

$$27.C_{18,2} + 18.C_{27,2} = 10\,449$$

99) Alternativa: B

100) Alternativa: D

101) a) 95 equipes

$$\text{b) } 80/95 = 16/19 \approx 84\%$$

102) $n = 6$ dirigentes.

$$\mathbf{103)} \text{ a) } C_{10,5} \cdot 5!/2 = 15\,120$$

$$\text{b) } C_{5,2} = 10$$

104) Alternativa: D

105) Alternativa: E

$$\mathbf{106)} 4! = 24$$

107) Alternativa: A

108) Alternativa: E

$$\mathbf{109)} 5.4.3 = 60 \text{ funções}$$

110) Alternativa: C

$$\mathbf{111)} C_{7,3} = 35 \text{ sabores diferentes}$$

$$\mathbf{112)} 2.2.2.2.2 = 32 \text{ (C)}$$

113) Alternativa: B

114) Alternativa: A

$$\mathbf{115)} C_{2,1} \cdot C_{8,4} = 2 \cdot 70 = 140$$

116) Alternativa: D

117) L = lado

B = baixo

D = diagonal

Movimentos necessários:

LLLBBB ou DLLBB ou DDLB ou DDD

$$= P_6^{3,3} + P_5^{2,2} + P_4^2 + 1 =$$

$$= 15 + 30 + 12 + 1 = 58$$

118) a) 6

b) 48

119) Alternativa: B

120) Alternativa: C

121) Alternativa: D

122) Alternativa: A

123) Alternativa: B

124) Alternativa: B

125) Alternativa: B

126) Alternativa: D

127) Alternativa: A

128) Alternativa: E

129) Alternativa: D

130) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, pois são 5 possibilidades para o primeiro país, 4 para o segundo, 3 para o terceiro, 2 para o quarto e 1 para o último. Logo 120 possibilidades.

131) Alternativa: D

Pois o menor valor possível para essa adição é 3 (1 em cada dado), o maior 18 (6 em cada dado), e qualquer valor entre 3 e 18 pode ser obtido como soma dos três valores de um dado. Isso dá um total de 16 possibilidades.

132) Alternativa: D

2.2.2.1.1 - 2 = 6

133) Alternativa: A

134) Alternativa: C

135) Alternativa: B

136) Alternativa: E

137) Alternativa: C

138) Alternativa: D

139) Alternativa: B
 $24.7 = 168$

140) Alternativa: A

141) a) $2.3 + 3.2 = 12$ possibilidades
 b) $2.1 + 3.2 = 8$ possibilidades

142) a) $S(6, 4) = 15 + 6 + 1 = 22$

b) $S(n, k) = \sum_{p=k}^n C_{n,p}$

143) a) 1001101

b) $1.2.2.2.2 = 16$

c) $2^{44}/2^{50} = 1/64$

144) a) 12 partidas

b) 4 empates

c)

| | Vitória | Empate | Derrota | Pontos |
|---|---------|--------|---------|--------|
| A | 4 | 1 | 1 | 13 |
| B | 3 | 2 | 1 | 11 |
| C | 1 | 2 | 3 | 5 |
| D | 0 | 3 | 3 | 3 |

145) F V V F F

soma = $02 + 04 = 06$

146) Alternativa: E

$1.4.4.5 = 80$

147) a) 21 maneiras

b) $\frac{2}{7}$

148) Alternativa: A

149) Alternativa: E

150) e) $4.5.3 = 60$

151) $X = 5.4.2 = 40$ números.

152) Alternativa: D

(OBS: está sendo suposto que a nova codificação também utilize dois símbolos, como o código Morse)

153) Alternativa: D

154) Alternativa: B

155) Alternativa: B

156) Alternativa: A
 $8.8.5 = 320$

157) Alternativa: A

158) Alternativa: E

159) Alternativa: D
 $(4.3).(7.6).3 = 1512$

160) Alternativa: C

161) Alternativa: C

162) Alternativa: B
 pois $A_{50,2} = 2450$

163) Alternativa: B

164) Alternativa: E

165) Alternativa: E

166) a) $9 + 9.1 + 9.10.1 + 9.10.1.1 = 198$

b) $\frac{2}{101}$. É menor que 2% pois $2\% = \frac{2}{100}$

167) Alternativa: D

Antes do h_7 podemos ter 2 dentre os alunos de h_1 a h_6 , e depois do h_7 podemos ter 2 alunos dentre os de h_8 a h_{10} .
 Daí:

$C_{6,2}.C_{3,2} = 15.3 = 45$

168) Alternativa: D

169) Alternativa: B

170) Alternativa: B

171) Alternativa: B

172) Alternativa: B

b) $2^{11} = 2048$

173) Alternativa: E

174) Alternativa: C
c) $2! \cdot 2! \cdot 2! = 8$

175) a) $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 = 27216$

b) Escolhendo 5 dos algarismos de 1 a 9, temos sempre 1 ordem que é a crescente. Desta forma, basta escolhê-los: $C_{9,5} = 126$ é a quantidade de números com algarismos em ordem crescente e $P = 126 / 27216 = 1/216$

176) Alternativa: C

177) Alternativa: E
 $720 + 650 = 1370$

178) Alternativa: A

179) Alternativa: A

180) a) $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 303600$
b) $26^5 - 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 3987776$

181) a) 20 caminhos

b) Os caminhos são:

(1, 1) (2, 1) (3, 1) (4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) e
(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (2, 4) (3, 4) (4, 4).

E a probabilidade de cada um é $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{8}$

182) a) $P = \frac{6}{25}$

b) com reposição: n^2
sem reposição: $n^2 - n$

183) Alternativa: A

184) Alternativa: E
resolução

O total de números de oito algarismos que podemos formar com três dígitos distintos é 3^8 .

Dentre estes, estão alguns números em que aparecem apenas dois dos dígitos e outros números em que aparece apenas um dos dígitos, os quais devem ser excluídos, pois no problema nos interessa somente os números em que cada um dos dígitos apareça pelo menos uma vez.

A quantidade de números onde aparecem exatamente dois dos três dígitos é $3 \cdot (2^8 - 2)$, pois podemos ter 3 combinações de 3 dígitos (1,2; 1,3 e 2,3) e para cada uma dessas 3 combinações, existem 2^8 possibilidades de se colocar os 2 dígitos. Dentre estas 2^8 , duas têm apenas um dígito e devem ser excluídas, daí o $2^8 - 2$.

A quantidade de números onde aparece somente um dos dígitos é 3 (11 111 111, 22 222 222, 33 333 333). Então, a resposta do problema é $3^8 - 3 \cdot (2^8 - 2) - 3$, isto é, $3^8 - 3 \cdot 2^8 + 3$. Portanto, a opção correta é a E.

185) a) $7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 105$ maneiras

b) $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \rightarrow P = 24/105$

c) $105 - 24 = 81$.

$1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15 \rightarrow P = 15/81$

186) Alternativa: D

Começadas com E: $5! = 120$

Começadas com F: $5! = 120$ (acumulado = 240)

Começadas com SE: $4! = 24$ (acumulado = 264)

Então, como $240 < 250 < 264$, a 250^a começa com SE.

187) Alternativa: A

188) Alternativa: A

189) Alternativa: D

$1 \cdot 2 - 1 = 2^9 - 1 = 511$ ou então:

$C_{9,1} + C_{9,2} + \dots + C_{9,9} = 2^9 - C_{9,0} = 512 - 1 = 511$

190) Alternativa: E

vejamos:

I) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (falsa)

II) $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (verdadeira)

III) $5 \cdot 1 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 1 + 1 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ (verdadeira)

191) a) $C_{6,2} = 15$ diretores

b) $P = 15 / (15 \cdot 8 / 14) = 4/7$

192) Alternativa: E

193) Alternativa: A

194) Alternativa: B

$4! \cdot 2! = 48$

195) Alternativa: D

196) Alternativa: D

$C_{12,3} - C_{9,3} = 136$

197) Sejam v, s e u, respectivamente a pontuação da vencedora, da segunda colocada e da última numa determinada prova. Então, a cada prova são distribuídos $v+s+u$ pontos entre elas. Logo as pontuações totais de cada uma delas somadas deve ser igual a $n(v+s+u)$, onde n representa o número de provas disputadas no total. Desse modo, $20 + 10 + 9 = 39 = n(v+s+u)$.

Possibilidades iniciais:

$n = 1, v+s+u = 39$,

$n = 3, v+s+u = 13$,

$n = 13, v+s+u = 3$,

$$n = 39, v+s+u = 1.$$

Note que o primeiro caso é inviável, já que o enunciado diz que foram disputadas várias provas, e o último caso também, pois então teríamos que alguma pontuação deveria ser 0. O terceiro caso também pode ser excluído, pois teríamos todas as pontuações iguais, ou alguma delas 0.

Assim, obrigatoriamente $n = 3$ e $v+s+u = 13$.

Possibilidades para se somar 13:

$10 + 2 + 1$ - não pode ocorrer pois Emanuela não poderia fazer 20.

$9 + 3 + 1$ - não pode ocorrer pois Emanuela não poderia fazer 20.

$8 + 4 + 1$ - aparentemente OK

$8 + 3 + 2$ - não pode ocorrer pois Emanuela não poderia fazer 20.

$7 + 5 + 1$ - não pode ocorrer pois Emanuela não poderia fazer 20.

$7 + 4 + 2$ - não pode ocorrer pois Emanuela não poderia fazer 20.

$6 + 5 + 2$ - não pode pois $v < 7$.

$6 + 4 + 3$ - não pode pois $v < 7$.

A pontuação da vencedora tem que ser maior ou igual a 7 pois caso contrário, cada nadadora poderia somar no máximo 18 pontos.

Restou apenas a opção $8 + 4 + 1$. $20 = 8 + 8 + 4$ (único modo)

modo)

$$10 = 8 + 1 + 1 \text{ (único modo)}$$

modo).

$$9 = 4 + 4 + 1 \text{ (único modo)}$$

Assim Isabela venceu apenas uma prova (a primeira pelo enunciado) e perdeu as demais. Marta perdeu uma prova (só pode ter sido a primeira) e ficou em segundo nas demais, e Emanuela ficou em segundo em uma prova (só pode ser a primeira) e ficou em primeiro nas demais. Logo $n = 3$ e temos $v = 8, s = 4, u = 1$. Note que o fato de Isabela ter vencido a primeira prova só foi utilizado para determinar a ordem em que isso ocorreu, de fato era um dado desnecessário. Ele poderia ajudar a resolver o problema mais rapidamente pois como ficou com 10 e a pontuação de último deve ser pelo menos 1, nos dá a condição $v < 9$, que exclui os dois primeiros casos.

198) a) 23 pontos

b) 25 pontos

No pior caso, o 2º. colocado do 1º. turno faz 24 pontos no 1º. turno. Se o *Vulcano FC* fizer 23 pontos no 2º. turno, ele ganhará 7 jogos e empatará 2, e o 2º. colocado no 1º. turno chegará a um máximo de 25 pontos (pois no máximo empatará com o *Vulcano FC*) no segundo turno. Assim, o *Vulcano FC* terá vantagem na decisão, nesse caso.

Note que se o *Vulcano FC* fizer 24 pontos no 2º. turno perdendo para o 2º. colocado do 1º. turno, este pode fazer 27 pontos no 2º. turno e ganhar a vantagem para a decisão.

Se o *Vulcano FC* fizer 22 pontos ou menos e o *Klingon FC* tiver feito 24 pontos no 1o. turno poderá fazer 27 pontos no 2o. turno, somando 51 pontos, mais que os 49 (ou menos) pontos do *Vulcano FC*.

Assim, a resposta da segunda pergunta é $n = 25$, enquanto a resposta da 1ª. pergunta é $n = 23$.

199) Resp: 19

Resolução: Sejam $a \leq b \leq c$ as medidas do paralelepípedo. Temos então que a, b e c são inteiros positivos e $abc = 216$.

Como $a \cdot b \cdot c \geq a \cdot a \cdot a \Leftrightarrow a \leq 6$ e $a | 216$, temos $a = 1, a = 2, a = 3, a = 4$ ou $a = 6$.

Se $a = 1$, temos $b \cdot c = 216$. As possibilidades neste caso são $b = 1$ e $c = 216; b = 2$ e $c = 108;$

$b = 3$ e $c = 72; b = 4$ e $c = 54; b = 6$ e $c = 36; b = 8$ e $c = 27; b = 9$ e $c = 24; b = 12$ e $c = 18$.

Se $a = 2$, temos $b \cdot c = 108$, com $b \geq 2$. Temos então as possibilidades $b = 2$ e $c = 54; b = 3$ e $c = 36;$

$b = 4$ e $c = 27; b = 6$ e $c = 18; b = 9$ e $c = 12$.

Se $a = 3$, temos $b \cdot c = 72$, com $b \geq 3$. Temos então as

possibilidades $b = 3$ e $c = 24; b = 4$ e $c = 18;$

$b = 6$ e $c = 12; b = 8$ e $c = 9$.

Se $a = 3$, temos $b \cdot c = 72$, com $b \geq 3$. Temos então as

possibilidades $b = 3$ e $c = 24; b = 4$ e $c = 18;$

$b = 6$ e $c = 12; b = 8$ e $c = 9$.

Se $a = 4$, temos $b \cdot c = 54$, com $b \geq 4$. Neste caso,

temos uma só solução, que é $b = 6$ e $c = 9$.

Se $a = 6$, a única solução é $b = c = 6$.

Temos, assim, 19 maneiras de construirmos o paralelepípedo.

Observação: pode-se verificar que o número de soluções de

$b \cdot c = r$, com $b \leq c$ naturais, é $\left[\frac{d(n)}{2} \right]$, onde $[x]$ denota

o menor número inteiro maior ou igual a x e $d(n)$ é o número de divisores de n . Assim, $b \cdot c = 216$ tem

$$\left[\frac{d(216)}{2} \right] = 8$$

soluções; $b \cdot c = 108$ com $b \geq 2$ tem

$$\left[\frac{d(108)}{2} \right] - 1 = 5$$

soluções (descontamos aqui a solução $b = 1$ e $c = 108$); $b \cdot c = 72$ com $b \geq 3$ tem

$$\left[\frac{d(72)}{2} \right] - 2 = 4$$

soluções (eliminamos $b = 5$ e $c = 72$ e $b = 2$ e $c = 36$); $b \cdot c = 54$ com

$$b \geq 4 \text{ tem } \left[\frac{d(54)}{2} \right] - 3 = 1$$

solução (eliminamos

$b=1, b=2$ e $b=3$) e $b \cdot c = 36$ com $b \geq 6$ tem

$$\left[\frac{d(36)}{2} \right] - 4 = 1$$

solução (elimina-se $b = 1, 2, 3$ ou 4).

200) Alternativa: C

201) $6 \cdot 14 = 84$ quinas
 $15 \cdot 91 = 1365$ quadras

202) Alternativa: A
 $3 \cdot C_{8,3} = 168$

203) Alternativa: D
 $3 \cdot C_{8,3} = 3 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 168$

204)

| A | B | C |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | |

Observe a tabela abaixo: para que a soma seja um múltiplo de 3, devemos ter ou uma soma $A+B$ ou uma soma $C+C$. Para a soma $A+B$ temos $7 \cdot 7 = 49$ possibilidades e para a soma $C+C$ temos $6 \cdot 5 = 30$ possibilidades, totalizando 79 possibilidades

205) Alternativa: D) $24 \cdot 23 \cdot 22 = 12144$

