Exercícios de Matemática
Determinantes - 2

1. (Ufpr 95) Considere a matriz A = [a⁄], de ordem 4x4, cujos elementos são mostrado a seguir. a⁄=

ý1, se i ‐ j
þ
ÿ0, se i = j

É correto afirmar que:

01) Na matriz A, o elemento a‚ƒ é igual ao elemento a„ƒ.
02) Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
04) O determinante da matriz A é igual a - 4.
08) Se a matriz B é [1 -1 1 -1], então o produto B.A é a matriz -B.
16) Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz A+I possui todos os elementos iguais a 1.

2. (Fgv 2003) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem 3 e O a matriz nula também de ordem 3. Assinale a alternativa correta:
a) Se A . B = O, então: A = O ou B = O
b) det(2 . A) = 2 det(A)
c) Se A . B = A . C, então B = C
d) A. (B . C) = (A . B) . C
e) det(A + B) = det(A) + det(B)

3. (Ita 2005) Sejam A e B matrizes 2 x 2 tais que AB = BA e que satisfazem à equação matricial A£ + 2AB - B = 0. Se B é inversível, mostre que (a) AB•¢ = B•¢A e que (b) A é inversível

4. (Unitau 95) Sendo B=(b⁄), Ö‚ƒ, onde,

ý1, se i=j
b⁄= þ -2ij, se i<j
ÿ3j, se i>j

Calcule o det B :
a) 13.
b) - 25.
c) 25.
d) 20.
e) - 10.

5. (Ita 96) Considere A e B matrizes reais 2 × 2, arbitrárias. Das afirmações a seguir assinale a verdadeira. Justifique a afirmação verdadeira e dê exemplo para mostrar que cada uma das demais é falsa.
a) Se A é não nula então A possui inversa.
b) (AB) = A B
c) det (AB) = det (BA)
d) det A£ = 2 det A
e) (A + B)(A - B) = A£ - B£

6. (Puccamp 95) Se A e B são matrizes quadradas de ordem 3 e tais que det A·0 e det B·0, então é correto afirmar que
a) B = A•¢ ⇔ det B = det A
b) B = A ⇔ det B = det A
c) det A£ = det B£ ⇔ det A = det B
d) det (A+B) = det A + det B
e) det (3A) = 3.det A

7. (Mackenzie 96) Se A é uma matriz quadrada de ordem n µ 2 com elementos

ýcos (i + j)™, se i = j
a⁄= þ
ÿsen ™ i, se i ‐ j

então, qualquer que seja n, detA é sempre igual a:
a) n/2.
b) 1.
c) 0. d)
n£. e)
2n£.

8. (Mackenzie 96) Na igualdade:

log ƒ [det (2.A-¢)] = log ‚‡ [det (2A)-¢],

A é uma matriz quadrada de quinta ordem com determinante não nulo. Então det A vale:
a) 2¦.
b) 2¢¡.
c) 3¦.
d) 3¢¡.
e) 6¦.

9. (Puccamp 97) São dadas as matrizes A=(a),Ö, , onde a=2i-3j, e B=(b),Ö, ,
onde

ýi + j se i = j
b= þ
ÿi - j se i ‑ j

Nessas condições, se X = (B - A)£, o determinante da matriz X é igual a
a) 224
b) 286
c) 294
d) 306
e) 324

10. (Pucmg 97) O termo geral da matriz M,Ö , é a = 3i - 2j. O valor do determinante de M é:
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

11. (Pucmg 97) M é uma matriz quadrada de ordem 3, e seu determinante é det(M)=2. O valor da expressão det(M)+det(2M)+det(3M) é:
a) 12
b) 15
c) 36
d) 54
e) 72

12. (Ufrs 97) Sendo A = (a)ŠÖŠ uma matriz onde n é igual a 2 e a = i£-j, o determinante da matriz A é
a) -3
b) -1
c) 0
d) 1
e) 3

13. (Uel 98) Seja a matriz A=(a)fÖf, tal que

ýlog, x se i = j
a=þ
ÿ 0 se i ‑ j

Se o determinante de A é igual a -27, o valor de x é
a) 1/8
b) 1/4
c) 1/2
d) 4
e) 8

14. (Ufsm 99) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem n e 0 a matriz nula de ordem n. Então, a afirmativa correta é a seguinte:

a) Se A é a matriz transposta de A, então detA ·det A.
b) Se det A·0, existe a matriz inversa A•¢ e A•¢=1/(detA).(cofA) , onde cof A é a matriz dos cofatores de A.
c) Se A . B = 0, então A = 0 ou B = 0.
d) (A - B)£ = A£ - 2AB + B£.
e) Se k Æ R, então det (k A)=k det A, para todo k.

15. (Fuvest 2000) Se A é uma matriz 2×2 inversível que satisfaz A£=2A, então o determinante de A será:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

16. (Unicamp 2000) Seja A a matriz formada pelos coeficientes do sistema linear a seguir:

ý–x + y + z = – + 2
þ x + –y + z = – + 2
ÿ x + y + –z = – + 2

a) Ache as raízes da equação: detA=0.

b) Ache a solução geral desse sistema para –=-2.

17. (Ufsm 2000) Sejam A, B e C matrizes reais 3 × 3, tais que A.B=C•¢ , B=2A e det C= 8.
Então o valor do |det A| é
a) 1/16
b) 1/8
c) 1
d) 8
e) 16

18. (Unesp 2001) Considere a matriz A = (a¢), Ö, , definida por a¢ = -1+2i+j, para 1 ´ i ´ 2,1 ´ j ´ 2.
O determinante de A é:
a) 22.
b) 2.
c) 4.
d) -2.
e) -4.

19. (Fgv 2002) A é uma matriz quadrada de ordem 2 e det(A)=7. Nessas condições, det(3A) e det(A•¢) valem respectivamente:
a) 7 e -7
b) 21 e 1/7
c) 21 e -7
d) 63 e -7
e) 63 e 1/7

20. (Pucsp 2001) Seja a matriz A = (a¢)f Ö f, tal que

a¢= ýcos 7™/i se i = j
þ
ÿsen 7™/j se i - j.

O determinante da matriz A é igual a
a) - (Ë3/2)
b) - (1/2)
c) - 1
d) 1/2
e) (Ë3/2)

21. (Ufrrj 2001) Dada a matriz A = (a¢), Ö, , tal que

a¢ = 2, se i < j
a¢ = 3i + j, se i µ j,

encontre o DETERMINANTE da matriz A .

22. (Fei 99) As faces de um cubo foram numeradas de 1 a 6, depois em cada face do cubo foi registrada uma matriz de ordem 2, com elementos definidos por:

a¢ = ý 2i + f se i = j
þ
ÿ j se i - j

onde f é o valor associado à face correspondente.

Qual o valor do determinante da matriz registrada na face 5?
a) 63
b) 61
c) 60
d) 6
e) 0

23. (Mackenzie 2001) Se A = (a¢) é uma matriz quadrada de terceira ordem tal que

a¢ = -3, se i = j
a¢ = 0, se i - j

então o determinante de A vale:
a) -27
b) 27
c) 1/27
d) -1/27
e) zero

24. (Ufes 2001) Se A é uma matriz quadrada de ordem 3 com det(A)=3 e se k é um número real tal que det(kA)=192, então o valor de k é
a) 4
b) 8
c) 32
d) 64
e) 96

25. (Ufv 2002) Seja A uma matriz inversível de ordem 2. Se det(2A)=det(A£), então o valor de det A é:
a) 3
b) 4
c) 2
d) 0
e) 1

26. (Ufc 2002) Sejam A e B matrizes 3 × 3 tais que detA = 3 e detB = 4. Então det(A × 2B) é igual a:
a) 32
b) 48
c) 64
d) 80
e) 96

27. (Ufsm 2002) Seja A uma matriz 2 x 2 com determinante não-nulo. Se det A£ = det (A + A), então det A é
a) - 4
b) 1
c) 4
d) 8
e) 16

28. (Pucsp 2003) Indica-se por det A o determinante de uma matriz
quadrada A. Seja a matriz A = (a¢), de ordem 2, em que

ý sen[(™/4) . (i + j)], se i = j
a¢ = þ
ÿsen[x . (i - j)], se i ‐ j

Quantos números reais x, tais que -2™ < x < 2™, satisfazem a sentença det A = 1/4?
a) 10
b) 8
c) 6
d) 4
e) 2

29. (Mackenzie 2003) Seja A uma matriz quadrada de ordem 2 com determinante maior que zero e A•¢ a sua inversa. Se 16 . det A•¢ = det (2A), então o determinante de A vale:
a) 4
b) 6
c) 8
d) 2
e) 16

30. (Pucmg 2003) A matriz A é de quarta ordem, e seu determinante é -8. Na equação det(2A) = 2x -150, o valor de x é:
a) 11
b) 16
c) 43
d) 67

31. (Ufsm 2003) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem n. Se det A = det B ‐ 0, então det [(1/2) . A . B•¢] é igual a
a) 1/(2¾)
b) 1/2
c) (1/2) . det A
d) [1/(2¾)] . det A
e) 2¾

32. (Ita 2004) Considere as afirmações dadas a seguir, em que A é uma matriz quadrada n × n, n µ 2:
I. O determinante de A é nulo se, e somente se, A possui uma linha ou uma coluna nula.
II. Se A = (a¢) é tal que a¢ = 0 para i > j, com i, j = 1,2,...,n, então det A = aa,, ...aŠŠ.
III. Se B for obtida de A, multiplicando-se a primeira coluna por (Ë2) + 1 e a segunda por (Ë2) - 1, mantendo-se inalteradas as demais colunas, então det B = det A.
Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s)
a) apenas II.
b) apenas III.
c) apenas I e II.
d) apenas II e III.
e) todas.

33. (Ufv 2004) Na matriz quadrada A = (aij) de ordem 2, os elementos a, a,, a, e a,,, nesta ordem, apresentam a seguinte propriedade: "Os três primeiros estão em progressão aritmética e os três últimos em progressão geométrica, ambas de mesma razão". Se a, = 2, o determinante de A vale:
a) -8
b) 8
c) 0
d) -4
e) 4

34. (Ufscar 2005) Seja A = (a) uma matriz quadrada de ordem 3 tal que,

ýp, se i = j

a = þ

ÿ2p, se i - j

com p inteiro positivo. Em tais condições, é correto afirmar que, necessariamente, det A é múltiplo de

a) 2.
b) 3.
c) 5.
d) 7.
e) 11.

ENEM DESCOMPLICADO

GABARITO

1. 01 + 02 + 08 + 16 = 27

2. [D]

3. a) Se B é inversível, temos:

AB = BA ⇔ AB . B•¢ = BA . B•¢ ⇔
A = BA . B•¢ ⇔ B•¢ . A = B•¢. BA . B•¢ ⇔
B•¢ . A = A . B•¢

c.q.d.

b) Como A e B comutam, tem-se:

A£ + 2AB - B = 0 ⇔ B = A(A +2B)

Aplicando determinantes em ambos os membros, obtemos:

det B = det [A (A+2B)] ⇔
det B = det A . det (A+2B)

Como B é inversível, det B = k, k ≠ 0.
Supondo que A não é inversível, isto é, det A = 0, temos:

k = 0 . det (A+2B) ⇔ k = 0

O que é uma contradição, pois k ≠ 0.
Portanto, A é inversível.

c.q.d.

4. [A]

5. [C]

6. [B]

7. [B]

8. [B]

9. [E]

10. [E]

11. [E]

12. [E]

13. [A]

14. [B]

15. [E]

16. a) 1 e - 2

b) V = {(‘; ‘; ‘)} ⊂ ‘ ÆR

17. [B]

18. [D]

19. [E]

20. [A]

21. det (A) = 18

22. [B]

23. [A]

24. [A]

25. [B]

26. [E]

27. [C]

28. [B]

29. [D]

30. [A]

31. [A]

32. [D]

33. [A]

34. [C]