

Exercícios de Matemática Funções – Função Modular

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufsc) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

1. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |2x+5|$.
Determine a soma dos números associados às proposições CORRETAS.

01. f é injetora.
02. O valor mínimo assumido por f é zero.
04. O gráfico de f intercepta o eixo y no ponto de coordenadas $(0,5)$.
08. O gráfico de f é uma reta.
16. f é uma função par.

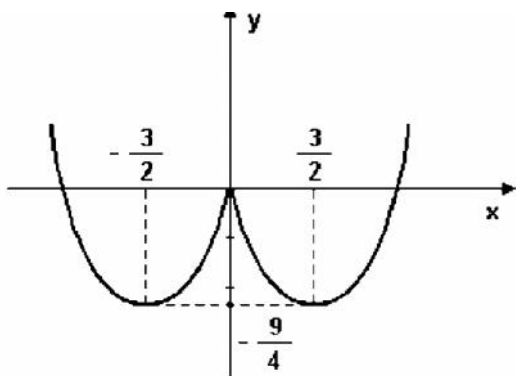
soma ()

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufba) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

2. Considerando-se a função real $f(x) = x^2 - 3|x|$, é verdade:

- (01) A imagem da função f é $[-3, +\infty[$.
(02) A função f é bijetora, se $x \in]-\infty, -2]$ e $f(x) \in]-2, +\infty[$.
(04) A função f é crescente, para todo $x \geq 0$.
(08) O gráfico da função f intercepta os eixos coordenados em três pontos.
(16) Para todo $x \in \{-1, 4\}$, tem-se $f(x) = 4$.
(32) O gráfico da função f é



Soma ()

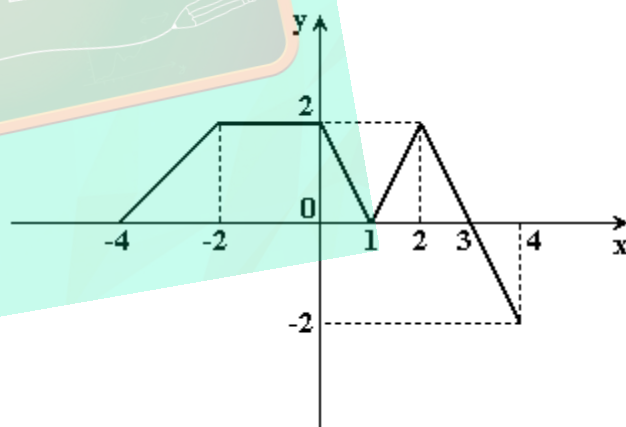
3. (Ufrj) Seja f a função real dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$. Determine a , b e c sabendo que as raízes da equação $|f(x)| = 12$ são -2 , 1 , 2 e 5 .
Justifique.

4. (Unitau) O domínio da função $f(x) = \sqrt{1-|x-1|/2}$ é:
a) $0 \leq x \leq 2$.
b) $x \leq 2$.
c) $x \leq 0$.
d) $x < 0$.
e) $x > 0$.

5. (Unitau) Se x é uma solução de $|2x - 1| < 5 - x$, então:

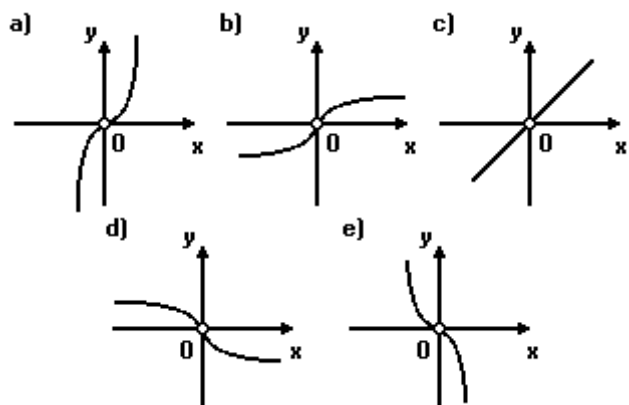
- a) $5 < x < 7$.
b) $2 < x < 7$.
c) $-5 < x < 7$.
d) $-4 < x < 7$.
e) $-4 < x < 2$.

6. (Ufpe) Na figura a seguir temos o gráfico de uma função $f(x)$ definida no intervalo fechado $[-4, 4]$. Com respeito à função $g(x) = f(|x|)$ é incorreto afirmar:

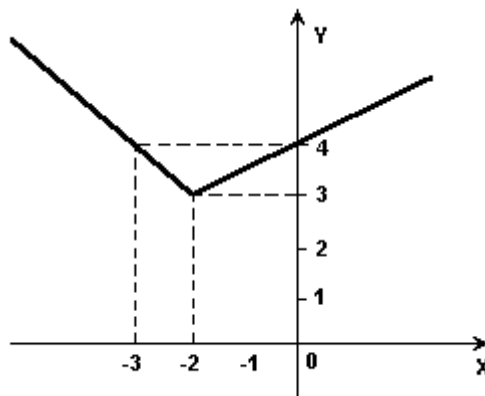


- a) O ponto $(-4, -2)$ pertence ao gráfico de g .
b) O gráfico de g é simétrico com relação ao eixo Oy das ordenadas.
c) $g(x)$ se anula para x igual a -3 , -1 , 1 e 3 .
d) $g(-x) = g(x)$ para todo x no intervalo $[-4, 4]$.
e) $g(x) \leq 0$ para todo x no intervalo $[-4, 4]$.

7. (Mackenzie) A melhor representação gráfica da função real definida por $f(x) = (e^x - e^{-x})/x, x \neq 0$ é:



11. (Uel) Tem-se a seguir o gráfico da função de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por



8. (Mackenzie) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow A$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow B$ são funções reais e sobrejetoras tais que $|1 - f(x)| - 3 < 0$ e $g(x) = 3 + [f(x)/2]$, então $A \cap B$ é o:

- a) $[-2, 0]$.
- b) $[0, 2]$.
- c) $[2, 4]$.
- d) $[1, 3]$.
- e) $[3, 5]$.

9. (Mackenzie) Se $y = x - 2 + |x - 2| |x|$, $x \in \mathbb{R}$, então o menor valor que y pode assumir é:

- a) -2.
- b) -1.
- c) 0.
- d) 1.
- e) 2.

10. (Fgv) Relativamente à função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , dada por $f(x) = |x| + |x-1|$, é correto afirmar que

- a) o gráfico de f é a reunião de duas semi-retas.
- b) o conjunto imagem de f é o intervalo $[1, +\infty[$.
- c) f é crescente para todo $x \in \mathbb{R}$.
- d) f é decrescente para todo $x \in \mathbb{R}$ e $x \leq 0$.
- e) o valor mínimo de f é 0.

- a) $y = |x - 1|$
- b) $y = |x - 1| + 3$
- c) $y = x + 1$, para $x < -2$ $y = |x| + 1$, para $x \geq -2$
- d) $y = x/2 + 4$, para $x < -2$ $y = |x| + 4$, para $x \geq -2$
- e) $y = x + 1$, para $x < -2$ $y = |x/2| + 4$, para $x \geq -2$

12. (Mackenzie) O número de soluções reais da equação $|x^2 - 1| + 2x = (e^x - 2x + 1/x - 1)$ é:

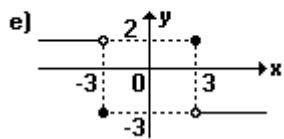
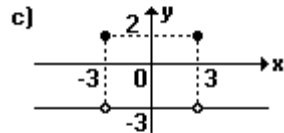
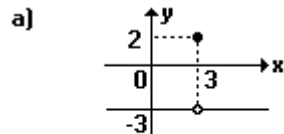
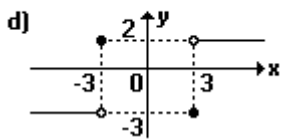
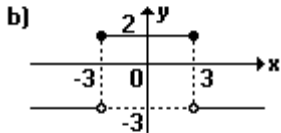
- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) maior que 3

13. (Mackenzie) O domínio da função real definida por $f(x) = 3x - |3x - 2|$ é:

- a) $] 0, 1 [$
- b) $] 1, 2 [$
- c) $] 2, 3 [$
- d) $] 3, 4 [$
- e) $] 4, 5 [$

14. (Mackenzie) Dada a função real definida a seguir, então a melhor representação gráfica de $y = f(|x|)$ é:

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x = 3 \\ -3, & \text{se } x \neq 3 \end{cases}$$



18. (Cesgranrio) O conjunto Imagem da função $f(x) = |x^2 - 4x + 8| + 1$ é o intervalo:

- a) $[5, +\infty[$
- b) $[4, +\infty[$
- c) $[3, +\infty[$
- d) $[1, +\infty[$
- e) $[0, +\infty[$

19. (Ufrs) Para $-1 < x < 1/2$, o gráfico da função $y = |x+1| + |2x-1|$ coincide com o gráfico da função $y = ax + b$. Os valores de a e b são, respectivamente,

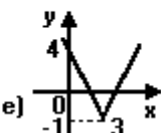
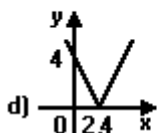
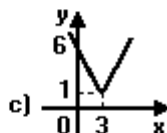
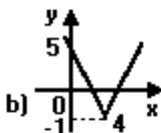
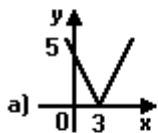
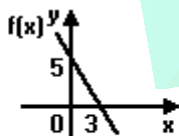
- a) -1 e -1
- b) 2 e -1
- c) -1 e 2
- d) 1/2 e -1
- e) -1/2 e 1

15. (Unesp) Sejam a e b dois números reais positivos tais $a < b$ e $a + b = 4$. Se o gráfico da função $y = |x-a| + |x-b|$ coincide com a função $y = 2$ no intervalo $]'a', 'b'$, calcule os valores de a e b.

16. (Pucmg) O valor de $|2 - \sqrt{5}| + |3 - \sqrt{5}|$ é:

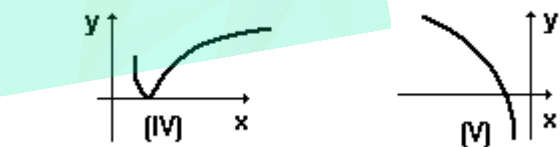
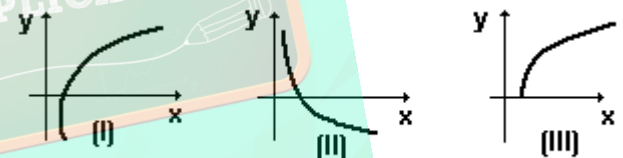
- a) $5 - 2\sqrt{5}$
- b) $5 + 2\sqrt{5}$
- c) 5
- d) $1 + 2\sqrt{5}$
- e) 1

17. (Cesgranrio) No gráfico a seguir está representada a função do 1º grau $f(x)$. O gráfico que melhor representa $g(x) = |f(x)| - 1$ é:



20. (Ufrs) Identifique os gráficos que correspondem a $y = \log x$ e $y = |\log x|$, nesta ordem.

- a) I e II
- b) I e III
- c) I e IV
- d) II e III
- e) V e IV



21. (Unirio) Sejam as funções

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = |x|$$

e

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

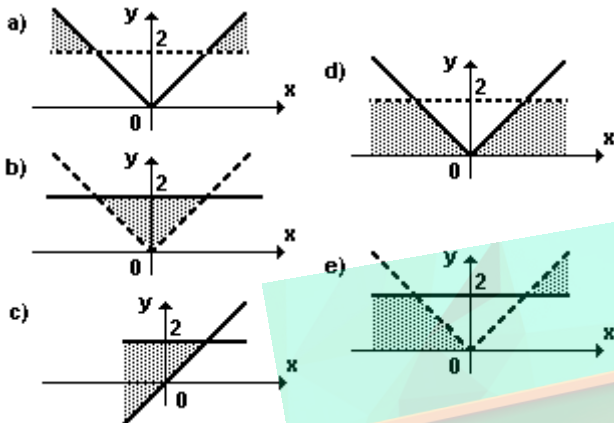
$$x \mapsto y = x^2 - 2x - 8$$

Faça um esboço gráfico da função fog.

22. (Uff) Considere o sistema

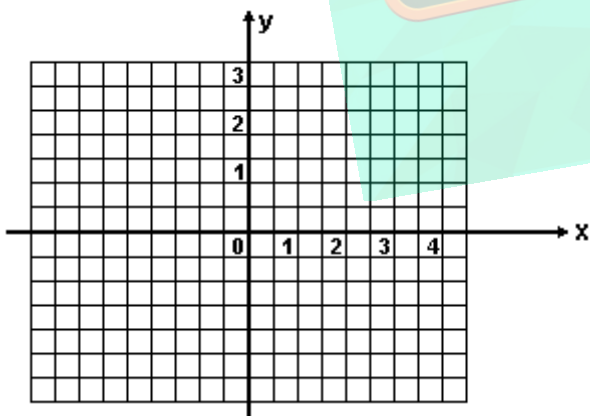
$$\begin{cases} y > |x| \\ y < 2 \end{cases}$$

A região do plano que melhor representa a solução do sistema é:



23. (Fuvest) a) Esboce, para x real, o gráfico da função $f(x) = |x-2| + |2x+1| - x - 6$. O símbolo $|a|$ indica o valor absoluto de um número real a e é definido por $|a| = a$, se $a \geq 0$ e $|a| = -a$, se $a < 0$.

b) Para que valores reais de x , $f(x) > 2x + 2$?



24. (Ufg) Seja \mathbb{R} o conjunto dos números reais. Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |1 - |x||$. Assim,

- () $f(-4) = 5$.
- () o valor mínimo de f é zero.
- () f é crescente para x no intervalo $[0, 1]$.
- () a equação $f(x) = 1$ possui três soluções reais distintas.

25. (Uff) Com relação aos conjuntos

$$P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 7\} \text{ e}$$

$$Q = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 0,333\dots\} \text{ afirma-se:}$$

- I) $P \supset Q = P$
- II) $Q - P = \{0\}$
- III) $P \cap Q$
- IV) $P \cap Q = Q$

Somente são verdadeiras as afirmativas:

- a) I e III
- b) I e IV
- c) II e III
- d) II e IV
- e) III e IV

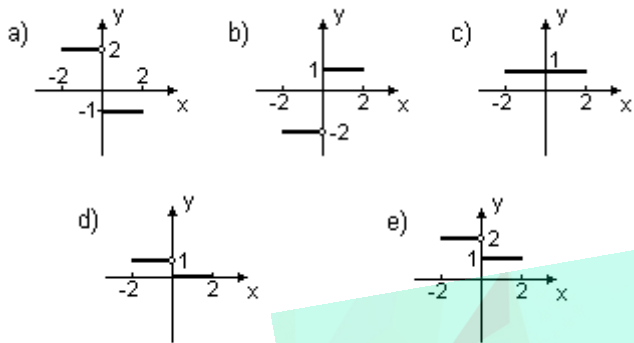
26. (Uepg) Assinale o que for correto.

- 01) O domínio da função $f(x) = \log_2(x^2 - 4x + 4)$ é $D = \mathbb{R}$
- 02) A função $f(x) = (2+5m)^x$ é crescente para $m > -1/5$
- 04) A função $f(x) = x(x+2)(x-3)$ é quadrática.
- 08) O conjunto imagem da função $f(x) = |2x - 1|$ é $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- 16) A função $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + (m+1)x - 3$ é do 1º grau se $m = -1$

27. (Unifesp) Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 2, \\ -2, & \text{se } -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

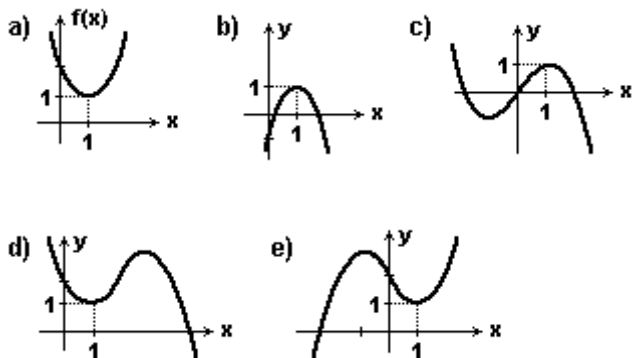
A função $g(x) = |f(x)| - 1$ terá o seguinte gráfico:



28. (Ita) Os valores de $x \in \mathbb{R}$, para os quais a função real dada por $f(x) = \sqrt{5 - ||2x - 1| - 6|}$ está definida, formam o conjunto

- $[0, 1]$.
- $[-5, 6]$.
- $[-5, 0] \cup [1, 6]$.
- $[-6, 0] \cup [1, 6]$.
- $[-5, 0] \cup [1, 6]$.

29. (Fuvest) O módulo $|x|$ de um número real x é definido por $|x| = x$, se $x \geq 0$, e $|x| = -x$, se $x < 0$. Das alternativas a seguir, a que melhor representa o gráfico da função $f(x) = x \cdot |x| - 2x + 2$ é:



30. (Ufscar) Sejam as funções $f(x) = |x - 1|$ e $g(x) = (x^2 + 4x - 4)$.

- Calcule as raízes de $f(g(x)) = 0$.
- Esboce o gráfico de $f(g(x))$, indicando os pontos em que o gráfico intercepta o eixo cartesiano.

31. (Ufm) Considere a região S dos pontos (x, y) do plano cartesiano tais que

$$|x| \leq 1/2 \text{ e } |y| \leq 1/2.$$

A área de S é igual a: (u.a = unidade de área)

- 1 u.a.
- 2 u.a.
- $2\sqrt{2}$ u.a.
- $\sqrt{2}$ u.a.

32. (Ufscar) Sejam m e n dois números reais. A desigualdade $m^2 + n^2 \leq 2mn$ vale

- somente para $m \geq 0, n \geq 0$.
- para todos os m e n reais.
- somente para $m \geq 0, n \leq 0$.
- somente para $m = n = 0$.
- somente para m e n inteiros.

33. (Fei) O conjunto imagem da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 1 - |x - 2|$ é:

- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 1\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 2\}$
- $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

34. (Uel) Seja f a função de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por

$$f(x) = x - 1 \text{ se } x \geq 1$$

$$f(x) = -x + 1 \text{ se } x < 1$$

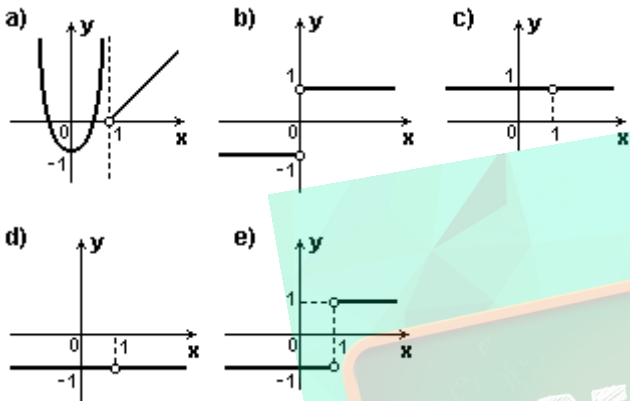
É correto afirmar que

- $f(1 - \sqrt{2}) = -\sqrt{2}$
- $f(x) = 0$ para todo x real
- o gráfico de f é uma reta
- $f(x) = |x - 1|$
- f é injetora

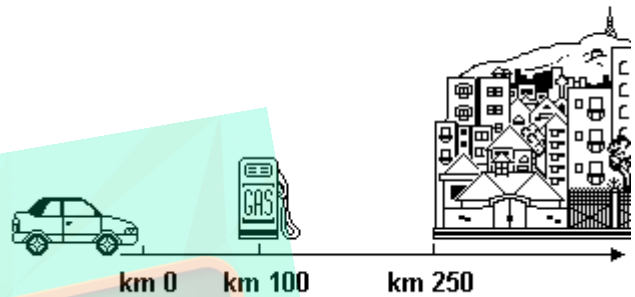
35. (Ufc) Esboce o gráfico da seguinte função real de variável real:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + |x| - 3, & \text{para } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1 \\ \frac{1}{x-1}, & \text{para } -1 < x < 1 \end{cases}$$

36. (Ufes) O gráfico da função real dada pela expressão $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ pode ser representado por



39. (Ufrn) Um posto de gasolina encontra-se localizado no km 100 de uma estrada retilínea. Um automóvel parte do km 0, no sentido indicado na figura abaixo, dirigindo-se a uma cidade a 250km do ponto de partida. Num dado instante, x denota a distância (em quilômetros) do automóvel ao km 0. Nesse instante, a distância (em quilômetros) do veículo ao posto de gasolina é:

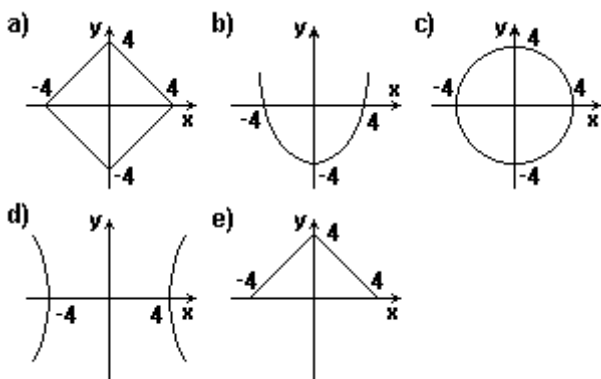


- a) $|100 + x|$
- b) $x - 100$
- c) $100 - x$
- d) $|x - 100|$

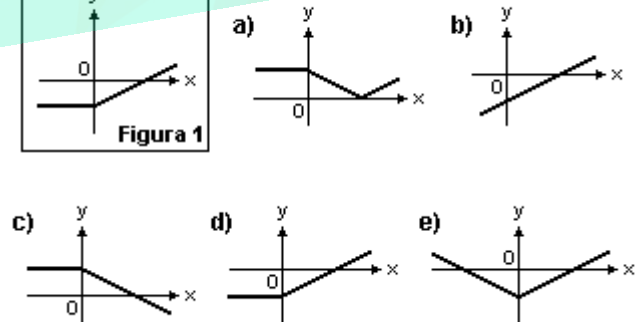
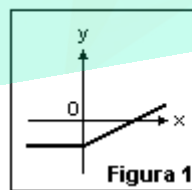
37. (Ufes) Sejam f e g as funções definidas para todo $x \in \mathbb{R}$ por $f(x) = x^2 - 4x + 4$ e $g(x) = |x - 1|$.

- a) Calcule $f(g(x))$ e $g(f(x))$.
- b) Esboce os gráficos das funções compostas $f \circ g$ e $g \circ f$.

38. (Uflavras) O gráfico da expressão $|x| + |y| = 4$ é dado por:



40. (Mackenzie) Na figura 1, temos o esboço do gráfico de uma função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} . O melhor esboço gráfico da função $g(x) = f(|x|)$ é:



41. (Pucrs) O domínio da função real f definida por

$$f(x) = \frac{(|x|)}{x} \text{ é}$$

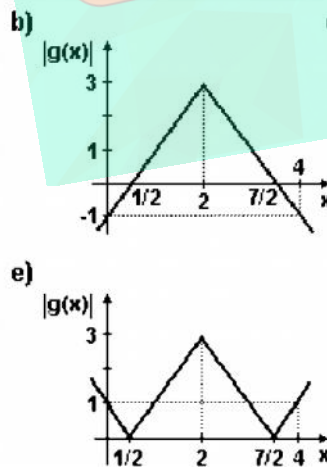
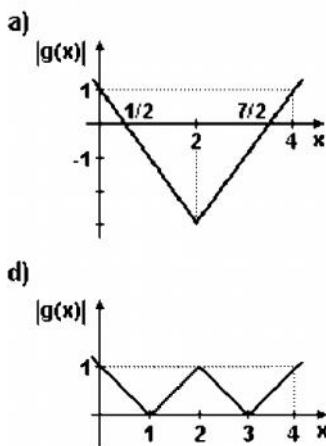
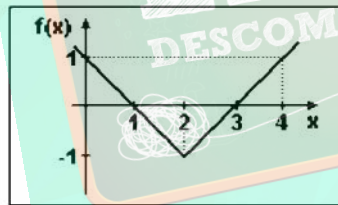
- a) \mathbb{R}^*
- b) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- c) $[1; +\infty[$
- d) $(1; +\infty[$
- e) $(0; +\infty[$

42. (Uerj) O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

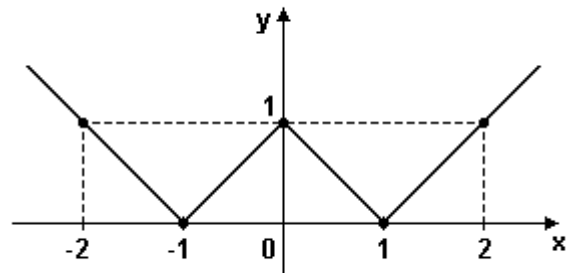
$$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6|, t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Nela, V é o volume medido em m^3 após t horas, contadas a partir de 8h de uma manhã. Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

43. (Ufc) Seja f uma função real de variável real cujo gráfico está representado adiante. Se $g(x) = 2f(x) - 1$, assinale a alternativa cujo gráfico melhor representa $|g(x)|$.



44. (Ufes)



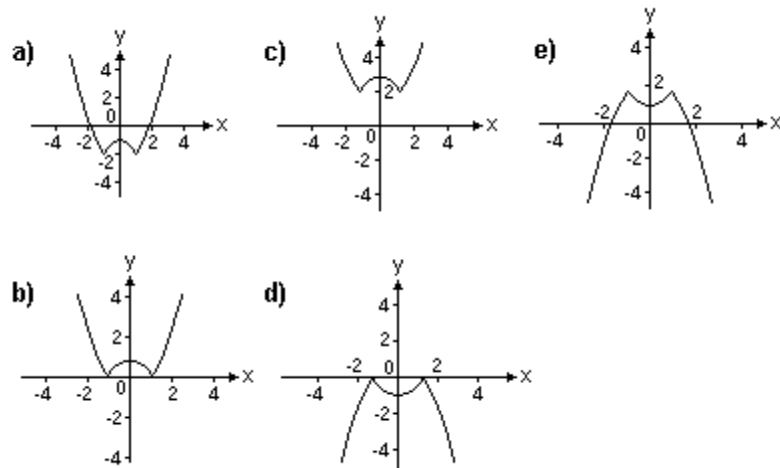
O gráfico acima representa a função

- a) $f(x) = ||x| - 1|$
- b) $f(x) = |x - 1| + |x + 1| - 2$
- c) $f(x) = ||x| + 2| - 3$
- d) $f(x) = |x - 1|$
- e) $f(x) = ||x| + 1| - 2$

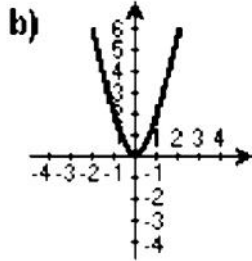
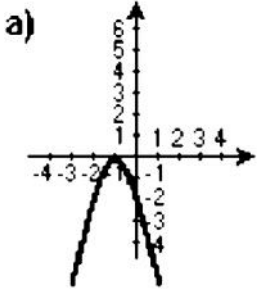
45. (Pucmg) O gráfico da função $f(x) = |x| + 2$ é constituído por:

- a) duas semi-retas de mesma origem.
- b) duas retas concorrentes.
- c) duas retas paralelas.
- d) uma única reta que passa pelo ponto $(0, 2)$.

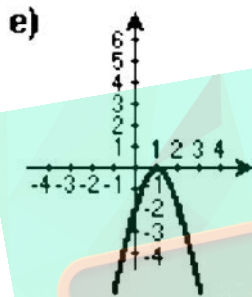
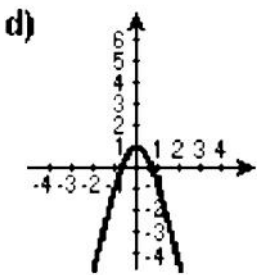
46. (Pucrs) Considerando a função f definida por $f(x) = x^2 - 1$, a representação gráfica da função g dada por $g(x) = |-f(x)| - 2$ é



47. (Uel) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x| + |x|$. O gráfico da função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = -f(x+1)$, é:

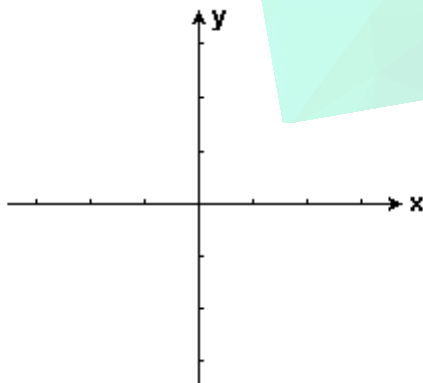


$$C(x) = \begin{cases} 5 + x(12 - x) & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ -\frac{3}{2}x + 40 & \text{se } 10 < x \leq 20 \end{cases}$$



48. (Fuvest) Seja $m \neq 0$ um número real e sejam f e g funções reais definidas por $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$ e $g(x) = mx + 2m$.

a) Esboçar, no plano cartesiano representado a seguir, os gráficos de f e de g quando $m = 1/4$ e $m = 1$.



b) Determinar as raízes de $f(x) = g(x)$ quando $m = 1/2$.
 c) Determinar, em função de m , o número de raízes da equação $f(x) = g(x)$.

49. (Ufv) Uma indústria pode produzir, por dia, até 20 unidades de um determinado produto. O custo C (em R\$) de produção de x unidades desse produto é dado por:

a) Se, em um dia, foram produzidas 9 unidades e, no dia seguinte, 15 unidades, calcule o custo de produção das 24 unidades.
 b) Determine a produção que corresponde a um custo máximo.

50. (Pucpr) Sendo x e y números reais, quais das afirmações são sempre verdadeiras?

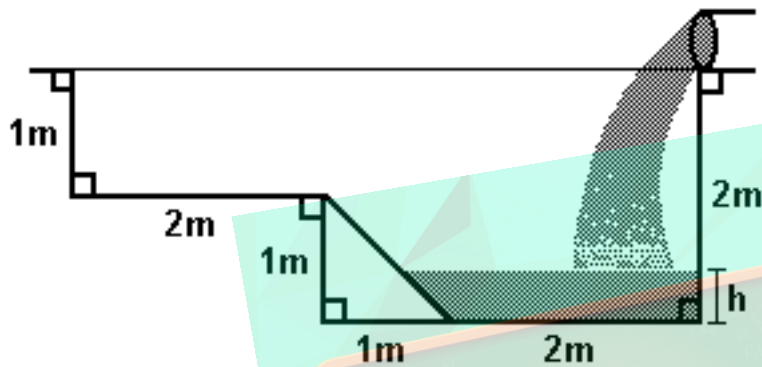
- I. Se $x > y$ então $-x > -y$.
- II. Se $|x| = -x$ então $x < 0$.
- III. Se $0 < x < y$ então $1/x > 1/y$.
- IV. Se $x^2 \leq 9$ então $x \leq 3$.
- V. $x^2 - 2x + y^2 > 0$.

- a) somente I e II
- b) somente II e IV
- c) somente II e III
- d) todas
- e) somente I e III

51. (Ufpe) Sejam x e y números reais tais que $x > y$ e $x(x - y) = 0$. Analise a veracidade das afirmações abaixo.

- () $x = 0$
- () $y < 0$
- () $x - y < 0$
- () $|x| > |y|$
- () $|x - y| > 0$

52. (Ufrj) Uma piscina de borda retangular e paredes laterais verticais está completamente vazia. Para enchê-la será usada uma mangueira que despeja água a uma vazão constante. A piscina ficará cheia até a borda 30 minutos após o início do processo. A figura a seguir mostra uma seção transversal da piscina por um plano vertical paralelo a um par de lados da borda.



São idênticas todas as seções transversais do interior da piscina paralelas à seção mostrada na figura, onde também estão assinalados os ângulos retos.

- Determine o tempo necessário para que o nível h de água na piscina atinja 1 metro de profundidade.
- Se t representa o tempo contado a partir do momento em que se começa a encher a piscina, $0 < t < 30$, expresse t como função da altura h da água na piscina.

GABARITO

1. $02 + 04 = 06$

2. 32

3. 9. Temos duas equações: (i) $ax^2 + bx + c = 12$ e (ii) $ax^2 + bx + c = -12$. Em ambos os casos, a soma das raízes é $-b/a$. Na equação (i), o produto das raízes é $(c - 12)/a$; na (ii), o produto é $(c + 12)/a > (c - 12)/a$. Logo, a equação (i) tem raízes -2 e 5 e a (ii) tem raízes 1 e 2. Portanto: $-b/a = 3$, $(c - 12)/a = -10$, $(c + 12)/a = 2$.

R.: $a = 2$, $b = -6$, $c = -8$

4. [A]

5. [E]

6. [E]

7. [B]

8. [C]

9. [A]

10. [B]

11. [E]

12. [C]

13. [A]

14. [C]

15. a) $a = 1$

b) $b = 3$

16. [E]

17. [E]

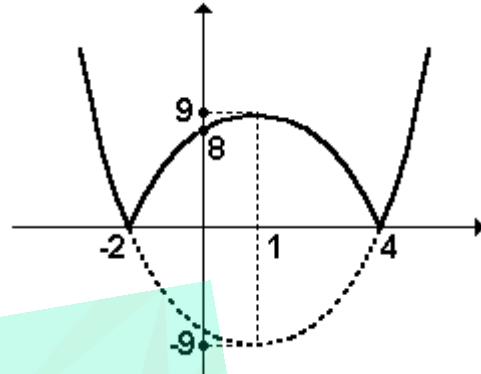
18. [A]

19. [C]

20. [C]

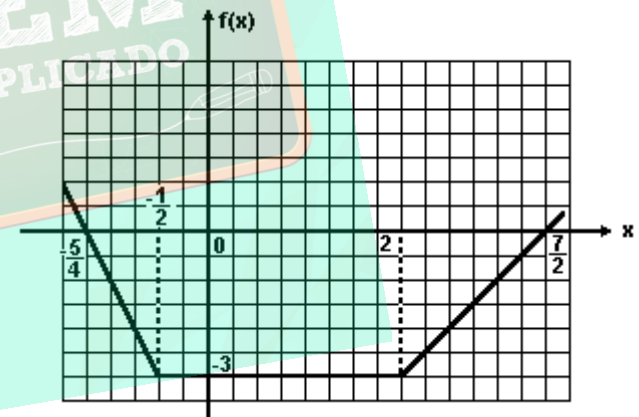
21. fog: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto |x^2 - 2x - 8|$

Observe a figura a seguir



22. [B]

23. a) Observe o gráfico a seguir



b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -6/7\}$.

24. F V F V

25. [B]

26. 10

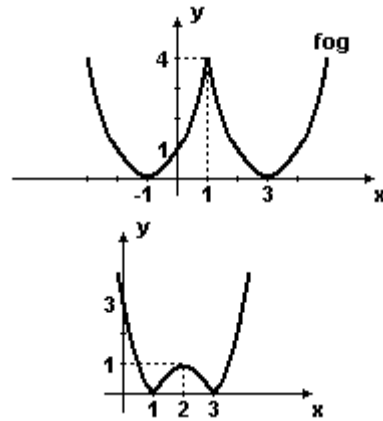
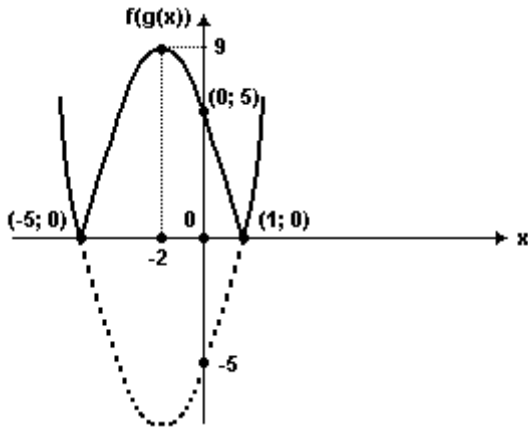
27. [D]

28. [E]

29. [E]

30. a) -5 ou 1

b) Observe o gráfico a seguir:



38. [A]

39. [D]

31. [A]

40. [E]

32. [B]

41. [A]

33. [A]

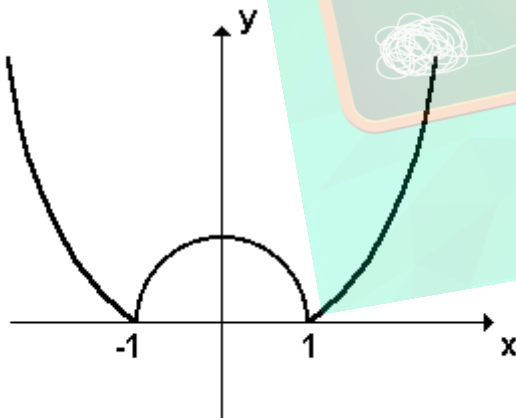
42. Entre 10h e 11h.

34. [D]

43. [E]

35. Observe o gráfico a seguir:

44. [A]



45. [A]

46. [A]

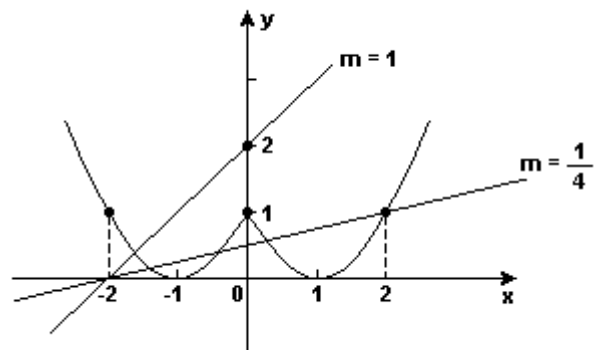
47. [A]

48. a) Observe a figura:

36. [E]

37. a) $f(g(x)) = |x-1|f - 4|x-1| + 4$
 $g(f(x)) = |x| - 4x + 3$

b) gráficos:



b) -3/2; 0 e 5/2

- c) $m = 0 \Rightarrow 2$ raízes distintas
 $0 < m < 1/2 \Rightarrow 4$ raízes distintas
 $m = 1/2 \Rightarrow 3$ raízes distintas
 $m > 1/2 \Rightarrow 2$ raízes distintas

49. a) $C(9) + C(15) = 32 + 17,5 = \text{R\$ } 47,50.$

b) $x = 6$ unidades

50. [C]

51. V V F F V

52. a) 10 min

- b) $y = 2h(4 + h), \text{ se } 0 < h < 1$
 $t(h) = p$
 $y = 20h - 10, \text{ se } 1 < h < 2$

