

## Exercícios de Matemática Funções – Exercícios Gerais

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 5 QUESTÕES.

(Faap) Durante um programa nacional de imunização contra uma forma virulenta de gripe, representantes do ministério da Saúde constataram que o custo de vacinação de "x" por cento da população era de, aproximadamente,  $f(x) = (150x)/(200-x)$  milhões de reais.

1. O domínio da função  $f$  é:

- todo número real  $x$
- todo número real  $x$ , exceto os positivos
- todo número real  $x$ , exceto os negativos
- todo número real  $x$ , exceto  $x = 200$
- todo número real  $x$ , exceto  $x \neq 200$

2. Para que valores de  $x$ , no contexto do problema,  $f(x)$  tem interpretação prática?

- $0 < x < 200$
- $0 < x < 200$
- $0 < x < 100$
- $0 < x < 100$
- $100 < x < 200$

3. Qual foi o custo (em milhões de reais) para que primeiros 50 por cento da população fossem vacinados?

- 10
- 15
- 25
- 35
- 50

4. Qual foi o custo (em milhões de reais) para que a população inteira fosse vacinada?

- 100
- 150
- 200
- 250
- 300

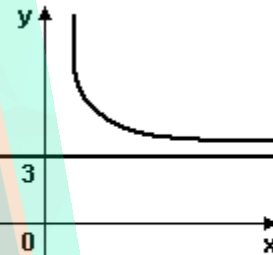
5. Qual é a porcentagem vacinada da população, ao terem gasto 37,5 milhões de reais?

- 30
- 35
- 40
- 45
- 50

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Unirio) Considere a função real  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais, cujo gráfico é apresentado a seguir, sendo o eixo das ordenadas e a reta de equação  $y=3$ , assíntotas da curva que representa  $f: x \rightarrow y = f(x)$

6.



Determine o domínio e o conjunto - imagem de  $f$ .

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Faap) A variação de temperatura  $y=f(x)$  num intervalo de tempo  $x$  é dada pela função  $f(x) = (m^2 - 9)x^2 + (m+3)x + m - 3$ ; calcule "m" de modo que:

7. O gráfico da função seja uma reta paralela ao eixo

- x:
- 3
  - 9
  - 0
  - 3
  - 9

8. (Fuvest) Uma função  $f$  de variável real satisfaz a condição  $f(x+1)=f(x)+f(1)$ , qualquer que seja o valor da variável  $x$ . Sabendo-se que  $f(2)=1$ , podemos concluir que  $f(5)$  é igual a:

- a) 1/2
- b) 1
- c) 5/2
- d) 5
- e) 10

9. (Fatec) Se  $f$  é uma função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definida por  $f(x)=(x-3)/(x^2+3)$ , então a expressão  $f(x)-f(1)/(x-1)$ , para  $x \neq 1$ , é equivalente a

- a)  $(x + 3)/2(x^2 + 3)$
- b)  $(x - 3)/2(x^2 + 3)$
- c)  $(x + 1)/2(x^2 + 3)$
- d)  $(x - 1)/2(x^2 + 3)$
- e)  $-1/x$

10. (Fei) Seja  $f$  uma função não identicamente nula definida para todo número inteiro positivo e com a seguinte propriedade:  $f(a^3) = n \cdot f(a)$ ;  $a, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Qual é a alternativa falsa?

- a)  $f(1) = 0$
- b)  $f(32) = 5f(2)$
- c)  $f(a^2) = [f(a)+f(a^2)]/2$ ,  $a \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- d)  $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$ ,  $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- e)  $f(a)+f(a^2)+f(a^3)+\dots+f(a^34) = [(1+n)nf(a)]/2$ ,  $a, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

11. (Fei) Se  $f(x) = 2/(x-1)$ ,  $x \neq 1$ , então  $\{f \circ f\}$  vale:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

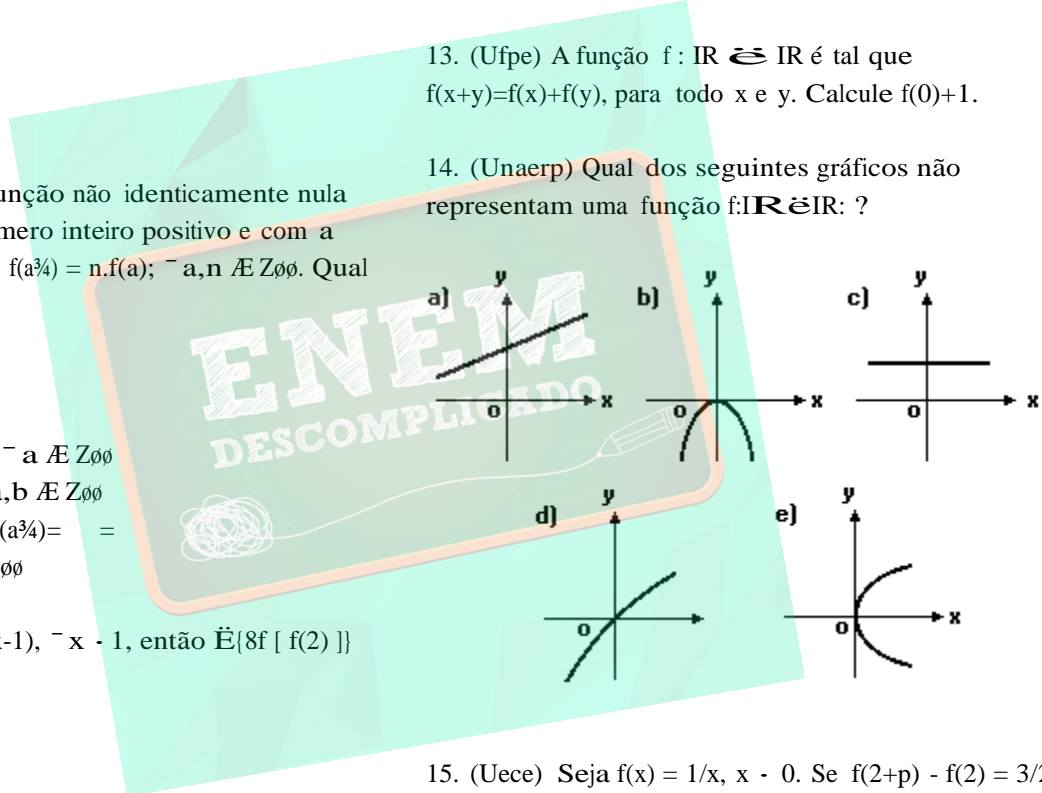
12. (Ime) Seja  $f$  uma função real tal que  $f^{-1}(x) = a \in \mathbb{R}$

$$f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$$

$f$  é periódica? Justifique.

13. (Ufpe) A função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é tal que  $f(x+y)=f(x)+f(y)$ , para todo  $x$  e  $y$ . Calcule  $f(0)+1$ .

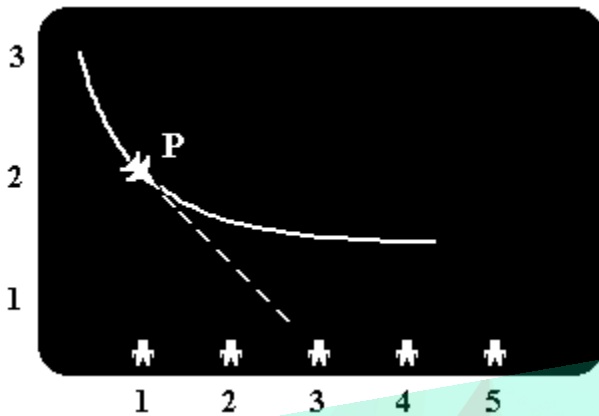
14. (Unaerp) Qual dos seguintes gráficos não representam uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ?



15. (Uece) Seja  $f(x) = 1/x$ ,  $x \neq 0$ . Se  $f(2+p) - f(2) = 3/2$ , então  $f(1-p)-f(1+p)$  é igual a:

- a) 8/5
- b) 2
- c) 12/5
- d) 20/3

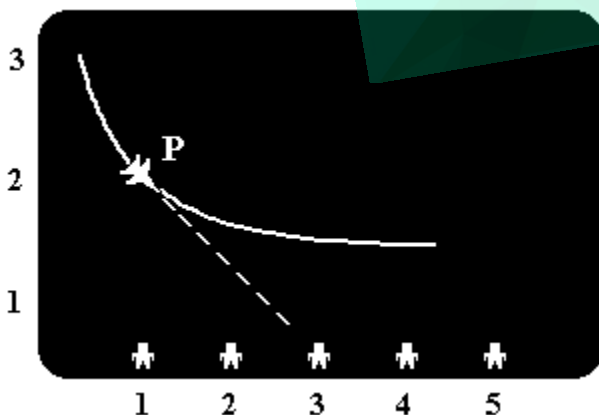
16. (Faap) No videogame da figura a seguir, os aviões voam da esquerda para a direita segundo a trajetória  $y=(1/x)+1$ , e podem disparar suas balas na direção da tangente contra as pessoas ao longo do eixo x, em  $x=1, 2, 3, 4$  e  $5$ .



Determine se alguém será atingido se o avião disparar um projétil quando estiver em  $P(1, 2)$ , sabendo-se que a declividade da reta tangente é igual a  $-1$ .

- pessoa em  $x = 2$
- pessoa em  $x = 5$
- pessoa em  $x = 3$
- pessoa em  $x = 4$
- não atinge ninguém

17. (Faap) No videogame da figura a seguir, os aviões voam da esquerda para a direita segundo a trajetória  $y=(1/x)+1$ , e podem disparar suas balas na direção da tangente contra as pessoas ao longo do eixo x, em  $x=1, 2, 3, 4$  e  $5$ .



Determine em que ponto do eixo x, alguém seria atingido, se o avião disparar um projétil quando estiver em  $P(3/2, 5/3)$ , sabendo-se que a declividade da reta tangente é igual a  $-4/9$ .

- $5/2$
- $11/4$
- $9/4$
- $5/6$
- impossível de ser determinado

18. (Faap) Uma linha ferroviária tem 16 estações. Quantos tipos de bilhetes devem ser impressos, se cada bilhete deve registrar a estação de origem e a de destino?

- 240
- 256
- 64
- 272
- 128

19. (Faap) Durante um mês, o número  $y$  de unidades produzidas de um determinado bem e função do número  $x$  de funcionários empregados de acordo com a lei  $y=50\sqrt{x}$ . Sabendo que 121 funcionários estão empregados, o acréscimo de produção com a admissão de 48 novos funcionários é:

- 550
- 250
- 100
- 650
- 200

20. (Faap) Analistas de produção verificaram que numa determinada montadora, o número de peças produzidas nas primeiras  $t$  horas diárias de trabalho é dado por:

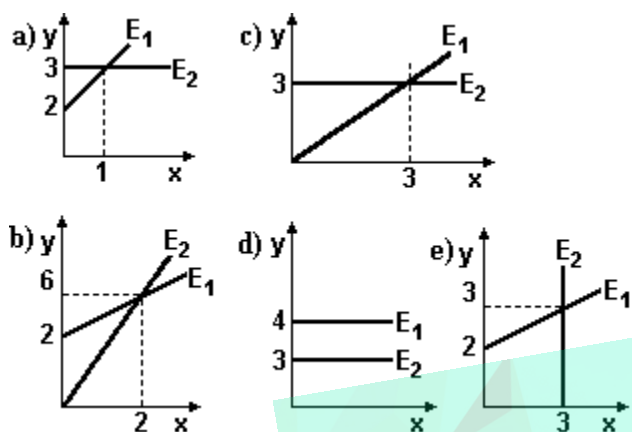
$$f(t) = \begin{cases} 50(t^2 + t), & \text{para } 0 \leq t < 4 \\ 200(t + 1), & \text{para } 4 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

O número de peças produzidas na quarta hora de trabalho é:

- 1.000
- 800
- 200
- 400
- 600

21. (Faap) "Admitindo que em uma determinada localidade uma empresa de taxi cobra R\$2,00 a bandeirada e R\$2,00 por km rodado e outra empresa cobra R\$3,00 por km rodado e não cobra bandeirada."

As duas tarifas podem ser representadas pelo gráfico:



22. (Faap) "Admitindo que em uma determinada localidade uma empresa de taxi cobra R\$2,00 a bandeirada e R\$2,00 por km rodado e outra empresa cobra R\$3,00 por km rodado e não cobra bandeirada."

Determine o número de km rodados num taxi da empresa que não isenta a bandeirada, sabendo-se que o preço da corrida apresentado de foi de R\$ 30,00.

- a) 10 km
- b) 18 km
- c) 6 km
- d) 14 km
- e) 22 km

23. (Faap) O número de filas de poltronas num auditório é igual ao número de poltronas em cada fila. Se o número de filas for dobrado e se forem removidas 10 poltronas de cada fila, o número de poltronas no auditório aumentará de 300. Quantas filas haverá?

- a) 30
- b) 60
- c) 15
- d) 25
- e) 32

24. (Uel) Seja  $[a]$  o valor obtido quando o número  $a$ , escrito na forma decimal, é truncado após a segunda casa decimal. Por exemplo, se  $a=3,149$  então  $[a]=3,14$ . A fórmula que associa a cada valor  $x$  em cruzeiros reais seu correspondente  $y$  em reais é

- a)  $y = 2\,750 [x]$
- b)  $y = 2\,750 + [x]$
- c)  $y = [x]/2\,750$
- d)  $y = [x/2\,750]$
- e)  $y = [x/2,75]$

25. (Uel) Sejam P e Q os pontos de intersecção das funções definidas por  $y = 3x + 1$  e  $y = x^2 - 3x + 9$ .

Nestas condições, é verdade que P e Q localizam-se

- a) no 1º quadrante.
- b) no 3º quadrante.
- c) um no 1º quadrante e outro no 2º.
- d) um no 1º quadrante e outro no 3º.
- e) um no 1º quadrante e outro sobre o eixo das abscissas.

26. (Mackenzie) Com relação à função sobrejetora de  $\mathbb{R}$  em  $A$  definida por  $f(x) = 2 - 2a \cdot x^a$ , sendo  $a = |x|$  considere as afirmações:

- I)  $f(x)$  é par.
- II)  $f(x) > x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .
- III)  $\mathbb{R} \setminus A = [2, +\infty)$ .

Então podemos afirmar que:

- a) apenas I é verdadeira.
- b) apenas I e II são verdadeiras.
- c) apenas I e III são verdadeiras.
- d) apenas III é verdadeira.
- e) todas são verdadeiras.

27. (Mackenzie) Se  $f(x) = 3x - 2$  e  $g[f(x)] = f((x/3) + 2)$  são funções reais, então  $g(7)$  vale:

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 7
- e) 9

28. (Mackenzie) Na função  $f$  dada por

$$f(0) = 1$$

o

$f(n+1) = [(4f(n) + 1)/4]$ , onde  $n$  é um número natural,  $f(44)$  vale:

- a) 43/4
- b) 13
- c) 45/4
- d) 12
- e) 15

29. (Mackenzie) Sejam as funções reais definidas por

$f(x) = 2x + 5$  e  $f[g(x)] = x$ . Então  $g(7)$  vale:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

33. (Mackenzie) O período de  $f(x)$  é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \sin x & \sin 4x \\ \sin x & \cos x & \sin 3x \\ 0 & 0 & \sin 2x \end{vmatrix}$$

- a)  $2\pi/3$
- b)  $2\pi$
- c)  $3\pi/4$
- d)  $\pi$
- e)  $\pi/2$

30. (Mackenzie) Na função real definida por  $f(x) = x^2 + 2mx - (m-2)$ , sabe-se que  $f(a) = f(b) = 0$ , onde  $a < 1 < b$ .

Então, em  $U = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ , o número de valores que  $m$  pode assumir é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 9

34. (Mackenzie) A soma dos valores máximo e mínimo que  $g(x) = 2 - f(x)$  pode assumir é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \sin x & \sin 4x \\ \sin x & \cos x & \sin 3x \\ 0 & 0 & \sin 2x \end{vmatrix}$$

31. (Mackenzie) O produto das raízes da equação  $(3x^2 - 4x + 5)(3x^2 + 4x + 5) = 1$ , onde  $a = x^2$  é:

- a) -4
- b) -2
- c)  $\sqrt{2}$
- d) -1
- e) 2

- a) 1
- b) 3/2
- c) 5/2
- d) 3
- e) 4

32. (Mackenzie) Na função real definida por  $f(x) = 5^x$ ,  $f(a) \cdot f(b)$  é sempre igual a:

- a)  $f(a \cdot b)$
- b)  $f(a + b)$
- c)  $f(a/5 + b/5)$
- d)  $f(5 \cdot a \cdot b)$
- e)  $f(a! \cdot b!)$

35. (Fei) Se  $g(1+x) = x/(x^2+1)$  então  $g(3)$  vale:

- a) 0
- b) 3
- c) 1/2
- d) 3/10
- e) 2/5

36. (Fei) Sabendo-se que  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  para qualquer valor real  $x$  e qualquer valor real  $y$ , é válido afirmar-se que:

- a)  $f(0) = 1$
- b)  $f(1) = 1$
- c)  $f(0) = 0$
- d)  $f(1) = 0$
- e)  $f(-1) = f(1)$

37. (Mackenzie) Na função real definida por  $f(x) = \frac{[x^2(x-1)] \cdot [x^2(x+1)]}{(x^2-1) \cdot |x| - 1}$ ,  $f(\sqrt{2})$  vale:

- a)  $\sqrt{2} - 1$
- b)  $\sqrt{2} + 1$
- c)  $\sqrt{2} - 1$
- d)  $\sqrt{2} + 1$
- e)  $\sqrt{2}$

38. (Fuvest) Considere a função  $f$  dada por

$$f(x) = \frac{(x+5) - [12/(x+1)]}{[(x+9)/(x+1)] - 5/x}$$

- a) Determine o domínio de  $f$
- b) Resolva a inequação  $f(x) > 0$ .

39. (Ita) Seja  $n \in \mathbb{N}$  com  $n > 1$  fixado. Considere o conjunto

$$A = \{p/q : p, q \in \mathbb{Z} \text{ e } 0 < q < n\}$$

Definimos  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  por  $f(x) = \frac{[\cos(n! \cdot x)]^{1/n}}{x}$

Se  $f(A)$  denota a imagem do conjunto  $A$  pela função  $f$ , então

- a)  $f(A) = ]-1, 1[$
- b)  $f(A) = [0, 1[$
- c)  $f(A) = \{1\}$
- d)  $f(A) = \{0\}$
- e)  $f(A) = \{0, 1\}$

40. (Uece) Se  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , então  $(\sqrt[3]{3} - 1)[f(\sqrt[3]{3}) - f(\sqrt[3]{2}) + 1]$  é igual a:

- a) 2
- b) 3
- c)  $2\sqrt[3]{3}$
- d)  $3\sqrt[3]{3}$

41. (Mackenzie)  $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^3} - \sqrt[3]{(x-2)^3}$  de  $\mathbb{R}$  em  $[-4, 4]$  e  $g(x) = \sqrt[3]{x+2}$  de  $[-2, +\infty[$  em  $\mathbb{R}$

Relativamente às funções reais acima, considere as afirmações:

- I.  $f(x)$  não admite inversa.
- II. A equação  $f(x) = g(x)$  tem exatamente duas soluções reais.
- III. Não existe  $x < 0$  tal que  $g(x) < f(x)$ .

Então:

- a) somente I e III são verdadeiras.
- b) somente II e III são verdadeiras.
- c) somente I e II são verdadeiras.
- d) todas são verdadeiras.
- e) todas são falsas.

42. (Mackenzie) Se a função real definida por

$f(x) = x \cdot [\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{6-x}]$  possui conjunto domínio  $D$  e conjunto imagem  $B$ , e se  $D \cap B = [a, b]$ , então  $a + b$  vale:

- a) 11
- b) 9
- c) 8
- d) 7
- e) 5

43. (Mackenzie) O domínio da função real definida por  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x^2-2x+6)}{(x^2-5x+6)}}$  é:

- a)  $\mathbb{R} - \{2, 3\}$
- b)  $\mathbb{R}^*$
- c)  $\mathbb{R}$
- d)  $\mathbb{R}^* - \{2, 3\}$
- e)  $\mathbb{R} - \{-2, -3\}$

44. (Fatec) Examine a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... para encontrar sua lei de formação.

Sendo  $f = 1$ ,  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 2$  etc., é verdade que

- a)  $\text{mdc}(f_3, f_7) = 2$
- b)  $f_6 = 2f_5 - f_4$
- c)  $f_7$  é primo
- d)  $f_7 = 20$
- e)  $f_7 = 1597$

45. (Uerj) Geraldo contraiu uma dívida que deveria ser paga em prestações mensais e iguais de R\$500,00 cada uma, sem incidência de juros ou qualquer outro tipo de correção monetária. Um mês após contrair essa dívida, Geraldo pagou a 1ª prestação e decidiu que o valor de cada uma das demais prestações seria sempre igual ao da anterior, acrescido de uma parcela constante de K reais, sendo K um número natural. Assim a dívida poderia ser liquidada na metade do tempo inicialmente previsto.

- a) Considerando t o tempo, em meses, inicialmente previsto,  $t > 2$  e  $t - 2$  como divisor par de 2000, demonstre que  $k = 2000 / (t - 2)$ .  
 b) Se a dívida de Geraldo foi igual a R\$9000,00, calcule o valor da constante K.

46. (Ufrs) Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida pelo sistema a seguir:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x \text{ é racional} \\ 0 & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

Então  $f(2) + f(\sqrt{2}) - f(2 + \sqrt{2})$  é igual a

- a) -1  
 b) 0  
 c) 1  
 d) 2  
 e) 3

47. (Uff) Uma função real de variável real f é tal que  $f(1/2) = 7^{1/2}$  e  $f(x + 1) = x f(x)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

O valor de  $f(7/2)$  é:

- a)  $7^{1/2}$   
 b)  $7^{3/2}$   
 c)  $7^{5/2}$   
 d)  $(15 \cdot 7^{1/2})/8$   
 e)  $(7 \cdot 7^{1/2})/15$

48. (Ufrj) Determine a área da região limitada pelos gráficos das funções  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $g(x) = 2 - x$  e  $h(x) = 0$ .

49. (Ufsm) Seja  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto y = 1/(2x + 1) + \sqrt{2 + 3x - 2x^2}$$

onde  $A \subseteq \mathbb{R}$ .

Então, o domínio da função f é

- a)  $\mathbb{R} - \{-1/2\}$   
 b)  $[-4, -1/2] \cup [-1/2, 1]$   
 c)  $\mathbb{R} - \{-1/2, 2\}$   
 d)  $] -1/2, 2]$   
 e)  $] -\infty, -1/2] \cup [2, \infty[$

50. (Ufg) Considere as funções  $f(x) = n^x$  e  $g(x) = \log_n x$ , com  $0 < n < 1$ . Assim,

- ( ) se  $n > 1$ , então ambas as funções são crescentes.  
 ( ) as funções compostas  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$  são iguais.  
 ( ) o domínio de f é o conjunto imagem de g.  
 ( ) se  $0 < n < 1$ , então a equação  $f(x) = g(x)$  possui solução.

51. (Uff) Dada a função real de variável real f tal que  $f(2x+1) = 2x/\sqrt{x^2-1}$ ,  $x > 1$  e  $x < -1$ , determine:

- a) a expressão de f(x);  
 b) o domínio da função f.

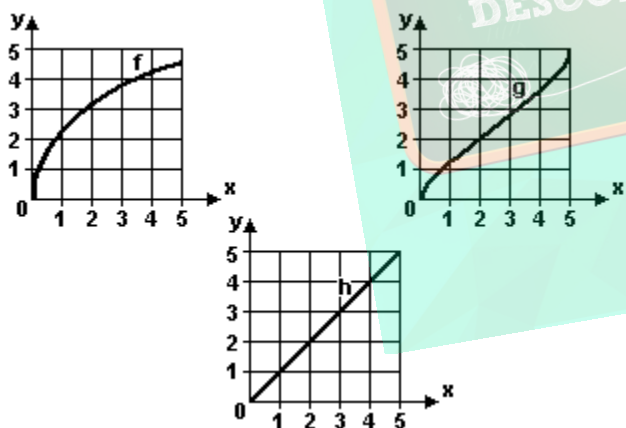
52. (Unesp) Uma fórmula matemática para se calcular aproximadamente a área, em metros quadrados, da superfície corporal de uma pessoa, é dada por:

$$S(p) = \frac{11}{100} p^{2/3},$$

onde  $p$  é a massa da pessoa em quilogramas. Considere uma criança de 8kg. Determine:

- a área da superfície corporal da criança;
- a massa que a criança terá quando a área de sua superfície corporal duplicar. (Use a aproximação  $\sqrt{2} = 1,4$ .)

53. (Ufrpr) Considere a seguinte definição: "A variação de uma função  $F$  em um intervalo  $I$  é o módulo da diferença entre o maior e o menor valor de  $F(x)$ , com  $x \in I$ ." Analisando os gráficos das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  abaixo, é correto afirmar:



- (01) A variação da função  $g$  é maior no intervalo  $[0, 1]$  que no intervalo  $[2, 3]$ .
- (02) No intervalo  $[0, 1]$ , a variação de  $f$  é maior que a variação de  $h$ .
- (04) Das três funções, aquela que tem a menor variação no intervalo  $[4, 5]$  é a função  $f$ .
- (08) Das três funções, aquela que tem maior variação no intervalo  $[2, 3]$  é a função  $g$ .

Soma ( )

54. (Uerj) Uma panela, contendo um bloco de gelo a  $-40^\circ\text{C}$ , é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura  $T$ , em graus Celsius, ao longo do tempo  $x$ , em minutos, é descrita pela seguinte função real:

$$T(x) = 20x - 40 \text{ se } 0 \leq x < 2$$

$$T(x) = 0 \text{ se } 2 \leq x \leq 10$$

$$T(x) = 10x - 100 \text{ se } 10 < x \leq 20$$

$$T(x) = 100 \text{ se } 20 < x \leq 40$$

O tempo necessário para que a temperatura da água atinja  $50^\circ\text{C}$ , em minutos, equivale a:

- 4,5
- 9,0
- 15,0
- 30,0

55. (Ufscar) Uma pesquisa ecológica determinou que a população ( $S$ ) de sapos de uma determinada região, medida em centenas, depende da população ( $m$ ) de insetos, medida em milhares, de acordo com a equação  $S(m) = 65 + \sqrt{m/8}$ . A população de insetos, por sua vez, varia com a precipitação ( $p$ ) de chuva em centímetros, de acordo com a equação  $m(p) = 43p + 7,5$ .

- Expresse a população de sapos como função da precipitação.
- Calcule a população de sapos quando a precipitação é de 1,5cm.

56. (Puc-rio) A função  $f(x) = [1/(1+x^2)] - (1/2)$

- é sempre positiva.
- nunca assume o valor  $-1/2$ .
- apresenta gráfico que não intercepta o eixo dos  $x$ .
- é sempre crescente.
- assume todos os valores reais.



57. (Uel) Desejo enviar uma mercadoria para Buenos Aires e consultei uma transportadora sobre preços de transporte aéreo de cargas. Recebi como resposta o fax a seguir.

Destino: Buenos Aires/Argentina  
Cia Aérea: VIASUL  
Material: Bagagem desacompanhada

Frete aéreo:  
até 45kg R\$ 2,60 por quilo  
mais de 45kg, até 100kg R\$ 2,30 por quilo  
mais de 100kg R\$ 2,10 por quilo

Despesas adicionais obrigatórias:  
Agentes de Cargas: R\$ 100,00  
INFRAERO: R\$ 10,00

Obs.: Os Agentes de Cargas são os encarregados do embarque e desembarque das mercadorias nos respectivos aeroportos.

A função que a cada valor  $x$  do peso da carga, em quilos, associa o preço  $P$ , em reais, pago pelo transporte dessa carga, é definida por:

- a)  $P(x) = 110 + 2,6x$  se  $0 < x < 45$   $P(x) = 110 + 2,3x$  se  $45 < x < 100$   $P(x) = 110 + 2,1x$  se  $x > 100$   
b)  $P(x) = 2,6x$  se  $0 < x < 45$   $P(x) = 2,3x$  se  $45 < x < 100$   $P(x) = 2,1x$  se  $x > 100$   
c)  $P(x) = 45 + 2,6x$  se  $0 < x < 45$   $P(x) = 45 + 2,3x$  se  $45 < x < 100$   $P(x) = 100 + 2,1x$  se  $x > 100$   
d)  $P(x) = 117x$  se  $0 < x < 45$   $P(x) = 103,5x$  se  $45 < x < 100$   $P(x) = 210x$  se  $x > 100$   
e)  $P(x) = 110 + 45x$  se  $x < 2,6$   $P(x) = 110 + 45x$  se  $x > 2,3$   $P(x) = 110 + 100x$  se  $x < 2,1$

58. (Ufv) Dada a função real  $f$  definida por  $f(x) = 3x/(1+x)$ , é CORRETO afirmar que :

- a) o domínio de  $f$  consiste dos números diferentes de 1.  
b) a imagem de  $f$  consiste dos números diferentes de 3.  
c) o ponto (3,9) pertence ao gráfico de  $f$ .  
d) a inclinação da corda pelos pontos (2, $f(2)$ ) e o (0, $f(0)$ ) mede 2.  
e) a função composta  $f \circ f$  é dada por  $f(f(x)) = 9x/(1+3x)$ .

59. (Ufrj) Considere a função real  $f$ , para a qual  $f(x+1) - f(x) = 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $f(7) - f(3)$ .

60. (Ufrj) Dada a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = x^2 - 4x \text{ se } x \leq 1,$$

$$f(x) = 2x - 5 \text{ se } x > 1$$

determine os zeros de  $f$ .

61. (Ufsm) Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = 2x, \text{ se } x \in \mathbb{Q}$$

$$f(x) = x^2 - 1, \text{ se } x \notin \mathbb{Q}$$

O valor de  $f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}) - f(1)$  é

- a)  $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2$   
b)  $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2$   
c)  $\sqrt{2} - 2$   
d)  $2\sqrt{2} + 1$   
e)  $2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$

62. (Unifesp) Seja  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  uma função crescente e sobrejetora, onde  $\mathbb{Z}$  é o conjunto dos números inteiros. Sabendo-se que  $f(2) = -4$ , uma das possibilidades para  $f(n)$  é

- a)  $f(n) = 2(n - 4)$ .  
b)  $f(n) = n - 6$ .  
c)  $f(n) = -n - 2$ .  
d)  $f(n) = n$ .  
e)  $f(n) = -nf$ .

63. (Unesp) Uma função de variável real satisfaz a condição  $f(x+2) = 2f(x) + f(1)$ , qualquer que seja a variável  $x$ .

Sabendo-se que  $f(3) = 6$ , determine o valor de

- a)  $f(1)$ .  
b)  $f(5)$ .

64. (Unesp) No hemocentro de um certo hospital, o número de doações de sangue tem variado periodicamente. Admita que, neste hospital, no ano de 2001, este número, de janeiro ( $t = 0$ ) a dezembro ( $t = 11$ ), seja dado, aproximadamente, pela expressão

$$S(t) = -\cos [(t-1)^{TM}/6]$$

com  $-$  uma constante positiva,  $S(t)$  em "milhares" e  $t$  em meses,  $0 \leq t \leq 11$ . Determine:

- a constante  $-$ , sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue;
- em quais meses houve 3 mil doações de sangue.

65. (Unesp) Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função

$$q(t) = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$$

sendo  $q^3$  a quantidade inicial de água no reservatório e  $q(t)$  a quantidade de água no reservatório após  $t$  meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?

- 5.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.

66. (Ita) Considere uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  não-constante e tal que  $f(x + y) = f(x) f(y)$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ . Das afirmações:

- $f(x) > 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- $f(nx) = [f(x)]^n$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- $f$  é par.

é (são) verdadeira(s):

- apenas I e II.
- apenas II e III.
- apenas I e III.
- todas.
- nenhuma.

67. (Fgv) Seja a função  $f(x) = x^f$ . O valor de  $f(m + n) - f(m - n)$  é:

- $2mf + 2nf$
- $2nf$
- $4mn$
- $2mf$
- 0

68. (Puc-rio) A função  $f(x) = [1/(2+xf)] - (1/6)$

- é sempre positiva.
- pode assumir qualquer valor real.
- pode assumir o valor  $1/3$ .
- pode assumir o valor  $-1/6$ .
- pode assumir o valor  $1/2$ . Indique qual das opções acima apresenta a afirmativa correta.

69. (Unesp) Considere os conjuntos A e B:

$$A = \{-30, -20, -10, 0, 10, 20, 30\} \text{ e}$$

$$B = \{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000\}, \text{ e a função } f: A \rightarrow B, f(x) = xf + 100.$$

O conjunto imagem de  $f$  é,

- $\{-30, -20, -10, 0, 10, 20, 30\}$ .
- $\{100, 200, 500, 1000\}$ .
- $\{300, 400, 600, 700, 800, 900\}$ .
- $\{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000\}$ .
- conjunto vazio.

70. (Pucmg) Considere as funções  $f(r) = [(r^2-1)/(r-r^2)] + 1/r$  e  $g(r) = \frac{1}{r^2+5}$ . É CORRETO afirmar:

- a)  $f(2) < g(2)$
- b)  $f(2) = g(2)$
- c)  $f(2) > g(2)$
- d)  $f(2)/g(2) > 0$

71. (Pucrs) Em uma fábrica, o número total de peças produzidas nas primeiras  $t$  horas diárias de trabalho é dado por

$$f(t) = \begin{cases} 50(t^2 + t), & 0 \leq t \leq 4 \\ 200(t + 1), & 4 < t \leq 8 \end{cases}$$

O número de peças produzidas durante a quinta hora de trabalho é

- a) 40
- b) 200
- c) 1000
- d) 1200
- e) 2200

72. (Ufv) Considere as seguintes afirmativas sobre

$$P(x) = x/(x^2-1).$$

I.  $P(x) > 0$  para  $-1 < x < 0$ .

II.  $P(x) = [1/(2x+2)] + [1/(2x-2)]$  para  $x \neq \pm 1$ .

III.  $P(3/2) = -2/3$ .

Pode-se afirmar que:

- a) todas estão corretas.
- b) apenas uma está correta.
- c) apenas II e III estão corretas.
- d) apenas I e III estão corretas.
- e) apenas I e II estão corretas.

73. (Uff) Em um sistema de coordenadas cartesianas retangulares Oxy, a curva plana de equação  $y = R^2/(x^2 + R^2)$ , sendo  $R$  uma constante real positiva, é conhecida como feiteiceira de Agnesi em homenagem à cientista Maria Gaetana Agnesi.

Pode-se afirmar que esta curva:

- a) está situada abaixo do eixo  $x$ ;
- b) é simétrica em relação ao eixo  $y$ ;
- c) é simétrica em relação à origem;
- d) intercepta o eixo  $x$  em dois pontos;
- e) intercepta o eixo  $y$  em dois pontos.

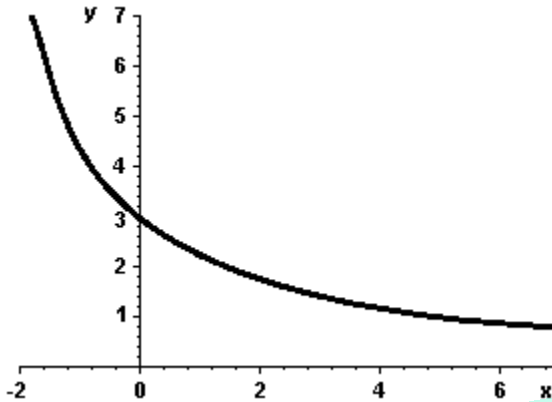
74. (Ufpe) A função  $f(x)$  com domínio no intervalo  $[0,3]$  tem seu gráfico esboçado a seguir. O gráfico é composto do segmento com extremos nos pontos  $(0,1)$  e  $(1,2)$  e da semicircunferência passando pelos pontos  $(1,2)$ ,  $(2,1)$  e  $(3,2)$ .



Considerando esses dados, analise as afirmações abaixo.

- A imagem da função  $f$  é o intervalo  $[0,2]$ .
- O valor máximo de  $f$  é 3.
- O comprimento do gráfico de  $f$  é  $(\sqrt{2}) + \pi$ .
- Para  $x$  no intervalo  $[1, 3]$  temos  $f(x) = 2 + \sqrt{1 - (x - 2)^2}$ .
- A área da região limitada pelo gráfico de  $f$ , os eixos coordenados e a reta  $x = 3$  é  $(11 - \pi)/2$ .

75. (Ufpe) A função  $f(x) = c/(a+bx)$  com  $a$ ,  $b$  e  $c$  números reais, tem parte de seu gráfico ilustrado a seguir. O gráfico passa pelos pontos  $(-2, 7)$  e  $(0, 3)$ . Indique  $f(-13/4)$ .



76. (Ufsc) Em cada item a seguir,  $f(x)$  e  $g(x)$  representam leis de formação de funções reais  $f$  e  $g$ , respectivamente. O domínio de  $f$  deve ser considerado como o conjunto de todos os valores de  $x$  para os quais  $f(x)$  é real. Da mesma forma, no caso de  $g$  considera-se o seu domínio todos os valores de  $x$  para os quais  $g(x)$  é real. Verifique a seguir o(s) caso(s) em que  $f$  e  $g$  são iguais e assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- (01)  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $g(x) = |x|$
- (02)  $f(x) = (\sqrt{x})/x$  e  $g(x) = 1/\sqrt{x}$
- (04)  $f(x) = \sqrt{x^2}$  e  $g(x) = x$
- (08)  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  e  $g(x) = x$
- (16)  $f(x) = (\sqrt{x})/\sqrt{x-1}$  e  $g(x) = \sqrt{x/(x-1)}$

77. (Unb) Uma sala tem 5 lâmpadas,  $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$  e  $\ell_5$ , que podem estar acesas ou apagadas, independentemente uma das outras. Existem, assim, várias combinações possíveis de lâmpadas acesas. Cada uma dessas combinações é identificada com um conjunto  $S$  diferente. Por exemplo,  $S = \{\ell_1, \ell_2\}$  corresponde ao caso em que apenas  $\ell_1$  e  $\ell_2$  estão acesas e  $S = \emptyset$ , quando nenhuma lâmpada está acesa.

Considere  $P$  o conjunto formado por todos os possíveis conjuntos de lâmpadas acesas. Define-se, então, no conjunto  $P$ , a seguinte função:

$$f(S) = n_1 n_2 n_3 n_4 n_5,$$

em que  $n_i = 1$ , se  $\ell_i \in S$ , e  $n_i = 0$ , se  $\ell_i \notin S$ .

Com relação à situação apresentada, julgue os itens adiante.

- (0) Se  $S = \{\ell_1, \ell_2\}$ , então  $f(S) = 00101$ .
- (1)  $f(\emptyset) = 00001$
- (2) Se  $f(S) = 10011$ , então  $S = \{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$ .
- (3) A função  $f$  estabelece uma correspondência biunívoca entre  $P$  e um conjunto com 32 elementos.

78. (Fgv) Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1m de profundidade:

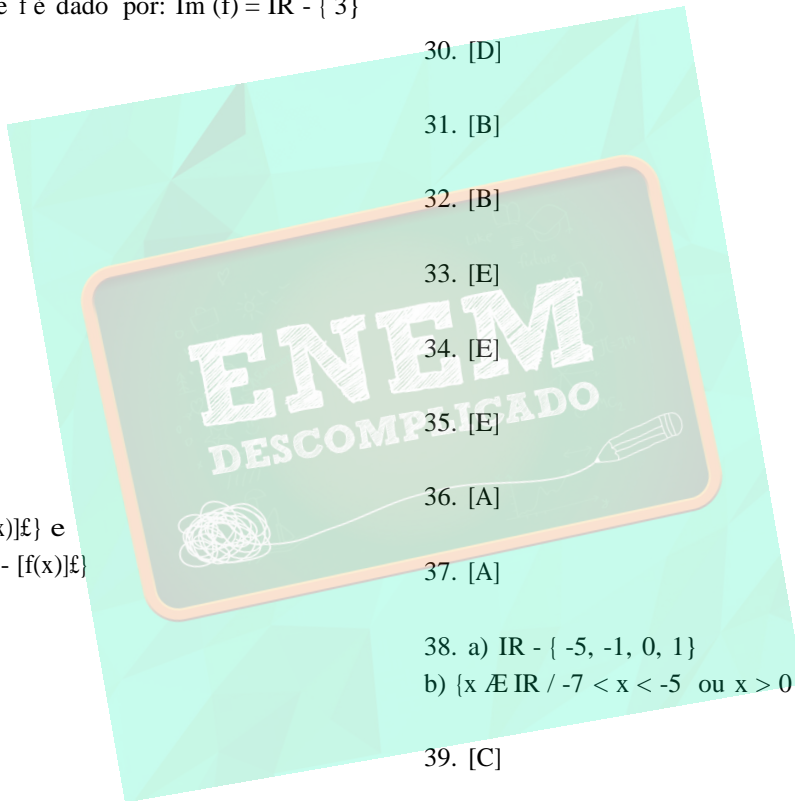
- Projeto 1: dimensões do retângulo: 16m  $\times$  25m
- Projeto 2: dimensões do retângulo: 10m  $\times$  40m

Sabendo-se que as paredes laterais e o fundo são revestidos de azulejos cujo preço é R\$10,00 por m<sup>2</sup>:

- a) Qual a despesa com azulejos em cada projeto?
- b) Se a área do retângulo for de 400m<sup>2</sup>, e  $x$  for uma de suas dimensões, expresse o custo dos azulejos em função de  $x$ .

## GABARITO

1. [D]
2. [C]
3. [E]
4. [B]
5. [C]
6. O domínio da função  $f$  é dado por:  $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$   
O conjunto-imagem de  $f$  é dado por:  $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$
7. [D]
8. [C]
9. [A]
10. [D]
11. [D]
12. É periódica.  
Para  $a = 0$   
 $f(x) = 1/2 + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$  e  
 $f(x+a) = 1/2 + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$
13. 1
14. [E]
15. [C]
16. [C]
17. Cancelada pela FAAP.
18. [A]
19. [C]
20. [A]
21. [B]
22. [D]
23. [A]
24. [D]
25. [A]
26. [C]
27. [D]
28. [D]
29. [B]
30. [D]
31. [B]
32. [B]
33. [E]
34. [E]
35. [E]
36. [A]
37. [A]
38. a)  $\mathbb{R} - \{-5, -1, 0, 1\}$   
b)  $\{x \in \mathbb{R} / -7 < x < -5 \text{ ou } x > 0 \text{ e } x - 1\}$
39. [C]
40. [A]
41. [D]
42. [B]
43. [A]
44. [E]
45. a) Dívida original em  $t$  prestações  $\Rightarrow$  valor total =  $500t$

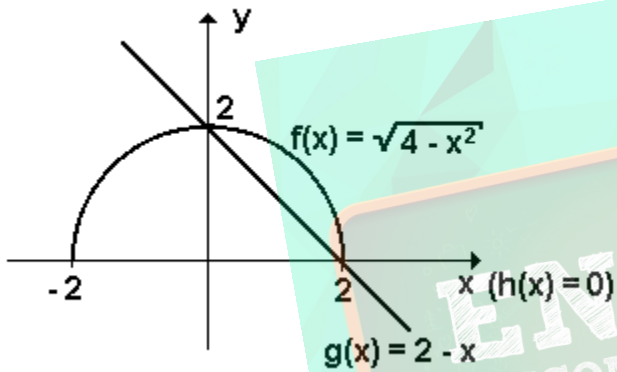


Com a mudança em  $t/2$  prestações  $\Rightarrow$  valor total =  $500 + 500 + K + 500 + 2K + 500 + 3K + \dots + (t/2 - 1)K = \{250 + [(t-2)K/8]\} \cdot t$   
 Igualando os totais, obtemos:  $K = 2000/(t-2)$   
 b)  $K = 125$

46. [C]

47. [D]

48. O gráfico da função  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$  é uma semicircunferência de raio 2 e centro na origem, como visto a seguir.  
 (visto que  $y = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$ ).



Assim,  
 $A = \frac{\pi}{4} \cdot (2)^2 - (2 \cdot 2)/2 = \frac{\pi}{4} \cdot 4 - 2 = \pi - 2$   
 $A = \pi - 2$

49. [D]

50. V F V V

51. a)  $f(x) = [2(x-1)] / \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

b)  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

52. a) 0,44m£

b) 22,4kg

53.  $01 + 02 + 04 = 07$

54. [C]

55. a)  $S(m(p)) = 65 + \sqrt{(43p + 7,5)/8}$

b) 6.800

56. [B]

57. [A]

58. [B]

59.  $f(7) - f(3) = 36$

60. Os zeros de  $f$  são: -2, 0 e  $5/2$

61. [C]

62. [B]

63. a)  $f(1) = 2$

b)  $f(5) = 14$

64. a)  $- = 3$

b) Maio ( $t = 4$ ) e Novembro ( $t = 10$ )

65. [E]

66. [A]

67. [C]

68. [C]

69. [B]

70. [A]

71. [B]

72. [E]

73. [B]

74. F F V F V

75. 42

76.  $01 + 02 = 03$

77. V F V V

78. a) projeto 1: R\$ 4.820,00  
 projeto 2: R\$ 5.000,00

b) custo = R\$ 20,00  $[(x^2 + 200x + 400)/x]$