

Exercícios de Matemática Matrizes

1) (Unicamp-1999) Considere as matrizes:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sen\theta & 0 \\ -\sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- a) Calcule o determinante de M e a matriz inversa de M.
b) Resolva o sistema $MX = Y$.

2) (ITA-2006) Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 5 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & \frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

A =

e B =

Determine o elemento c_{34} da matriz $C = (A + B)^{-1}$.

3) (ESPM-2006) A toda matriz não nula $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$, corresponde um ponto P(x; y) no plano cartesiano, diferente da origem. Ao se

multiplicar essa matriz pela matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, o ponto P:

- a) Sofre uma rotação anti-horária de 90° em torno da origem.
b) É projetado ortogonalmente no eixo das abscissas.
c) Sofre uma reflexão em torno do eixo das abscissas.
d) Sofre uma reflexão em torno do eixo das ordenadas.
e) Sofre uma rotação horária de 90° em torno da origem.

4) (IBMEC-2005) Uma matriz quadrada M é chamada de idempotente se $M^2 = M \cdot M = M$.

a) Determine $\theta \in [-\pi, \pi]$ para que a matriz,

$$\begin{bmatrix} \sen(\theta) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) & \sen(\theta) \end{bmatrix} \text{ seja idempotente.}$$

b) Determine $\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ e $\beta \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ para que a matriz

$$\begin{bmatrix} \sen(\alpha) & \sen(\beta) \\ \cos(\beta) & \sen(\alpha) \end{bmatrix} \text{ seja idempotente.}$$

5) (UFC-2005)

Se $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ e satisfaz a identidade matricial

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sen \alpha \\ \sen \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \text{ então, o valor}$$

correto de $\operatorname{tg} \alpha$ é igual a :

- a) 0
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) 3
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) 1
f) $\sqrt{3}$

6) (ITA-2005) Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial

$A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível, mostre que:

- a) $AB^{-1} = B^{-1}A$ e que
b) A é inversível.

7) (FGV-2005) O montante aplicado de R\$50.000,00 foi dividido em duas partes, x e y, uma tendo rendido 1% em um mês, e a outra 10% no mesmo período. O total dos rendimentos dessa aplicação foi de R\$4.000,00. Sendo M, P

e Q as matrizes $M = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 50 \\ 4 \end{bmatrix}$ e $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0,01 \\ 1 & 0,1 \end{bmatrix}$, a matriz M pode ser obtida pelo produto

- a) $1000 \cdot (P^t \cdot Q)^{-1}$
b) $P^t \cdot Q \cdot 1000$
c) $Q^{-1} \cdot P \cdot 1000$
d) $1000 \cdot (Q^t)^{-1} \cdot P$
e) $(Q^{-1})^t \cdot P \cdot 1000$

8) (UFC-2004) A matriz quadrada M, de ordem $n > 1$, satisfaz a equação $M^2 = M - I$, onde I é a matriz identidade de ordem $n > 1$. Determine, em termos de M e I, a matriz M^{2003} .

9) (FGV-2004) Uma matriz X tem elementos cuja soma vale 1. Seja X^t a transposta da matriz X. Sabendo que

$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X^t = [1]$, podemos afirmar que o produto dos elementos de X vale:

- a) 0
b) 0,25

- c) 0,16
- d) -2
- e) -6

10) (Vunesp-1996) Considere as matrizes reais 2×2 do tipo

$$A(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$$

- a) Calcule o produto $A(x) \cdot A(x)$.
- b) Determine todos os valores de $x \in [0, 2\pi]$ para os quais $A(x) \cdot A(x) = A(x)$.

11) (ITA-1995) Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

- a) B é sempre inversível.
- b) se A é simétrica, então B também é simétrica.
- c) B^2 é semelhante a A.
- d) se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2 .
- e) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

12) (UFSCar-2000) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ uma matriz 2×2 cujos coeficientes são números reais. Vamos chamar de

transposta de A à matriz $A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$. Dizemos que uma matriz A é simétrica se $A = A^t$ e dizemos que A é anti-simétrica se $A = -A^t$.

- a) Dada uma matriz A qualquer, verifique que $B = \frac{1}{2}(A + A^t)$ é uma matriz simétrica e que $C = \frac{1}{2}(A - A^t)$ é uma matriz anti-simétrica.
- b) Mostre que toda matriz 2×2 é a soma de uma matriz simétrica com uma matriz anti-simétrica.

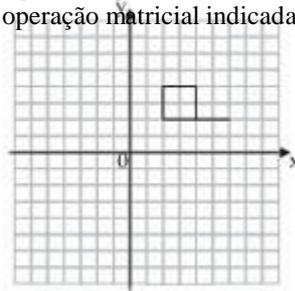
13) (Fuvest-1994) a) Dada a matriz A, calcule a sua inversa A^{-1} .

b) A relação especial que você deve ter observado entre A e A^{-1} , seria também encontrada se calculássemos as matrizes inversas de B, C e D. Generalize e demonstre o resultado observado.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

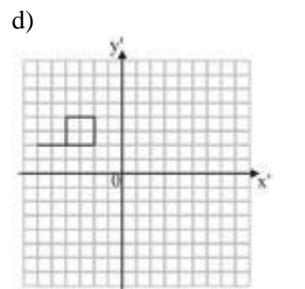
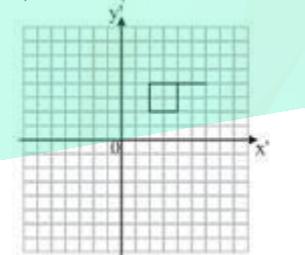
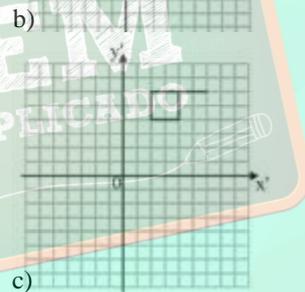
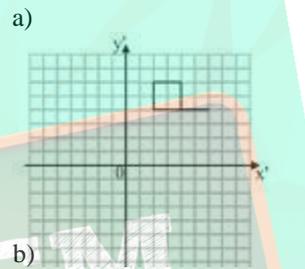
$$B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

14) (UFSCar-2009) Considere a transformação de coordenadas cartesianas (x, y), dos pontos que compõem a figura a seguir, em coordenadas (x', y'), através da operação matricial indicada ao lado da figura.

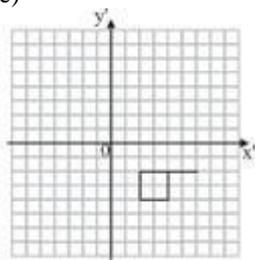


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Com essa transformação, a figura que se obtém no plano (x', y') é



e)



15) (Mack-2007) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e uma matriz $B = [b_{ij}]$. Se $A \cdot B \cdot A = A$, então, é correto afirmar que, na matriz B ,

- a) $b_{21} = 2b_{11}$
- b) $b_{21} = -1 + 2b_{11}$
- c) $b_{12} = 1 + 2b_{11}$
- d) $b_{11} = 1 + 2b_{12}$
- e) $b_{21} = b_{11}$

16) (Mack-2008) A tabela 1 mostra as quantidades de grãos dos tipos G1 e G2 produzidos, em milhões de toneladas por ano, pelas regiões agrícolas A e B. A tabela 2 indica o preço de venda desses grãos.

tabela 1
tabela 2

	Região A	Região B
G1	4	5
G2	3	6

	P1	P2
E1	20	8
E2	15	12

A matriz, onde x e y representam os lucros, em reais,

	Preço por tonelada
G1	120
G2	180

obtidos pela fábrica, no referido mês, com a venda das peças às empresas E1 e E2, respectivamente, é:

a) $\begin{bmatrix} 35 \\ 20 \end{bmatrix}$

Sendo x o total arrecadado com a venda dos grãos produzidos pela região A e y pela região B, a matriz

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ é

a) $10^4 \begin{bmatrix} 1000 \\ 1600 \end{bmatrix}$

b) $10^6 \begin{bmatrix} 1020 \\ 1680 \end{bmatrix}$

c) $10^4 \begin{bmatrix} 1200 \\ 1800 \end{bmatrix}$

d) $10^6 \begin{bmatrix} 980 \\ 1400 \end{bmatrix}$

e) $10^6 \begin{bmatrix} 1000 \\ 1580 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 90 \\ 48 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 76 \\ 69 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 84 \\ 61 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 28 \\ 27 \end{bmatrix}$

17) (UFSCar-2008) Admita que a matriz cuja inversa seja formada apenas por elementos inteiros pares receba o nome de EVEN.

Seja M uma matriz 2×2 , com elementos reais, tal que $M =$

$\begin{bmatrix} 2 & 3x \\ x+1 & x \end{bmatrix}$.

Admita que M seja EVEN, e que sua inversa tenha o elemento da primeira linha e primeira coluna igual a 2.

- a) Determine o valor de x nas condições dadas.
- b) Determine a inversa de M nas condições dadas.

18) (VUNESP-2007) Uma fábrica produz dois tipos de peças, P1 e P2. Essas peças são vendidas a duas empresas, E1 e E2. O lucro obtido pela fábrica com a venda de cada peça P1 é R\$3,00 e de cada peça P2 é R\$2,00. A matriz abaixo fornece a quantidade de peças P1 e P2 vendidas a cada uma das empresas E1 e E2 no mês de novembro.

A matriz, onde x e y representam os lucros, em reais,

	Preço por tonelada
G1	120
G2	180

obtidos pela fábrica, no referido mês, com a venda das peças às empresas E1 e E2, respectivamente, é:

a) $\begin{bmatrix} 35 \\ 20 \end{bmatrix}$

19) (UERJ-2006) Três barracas de frutas, B_1 , B_2 e B_3 , são propriedade de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas

B_i e B_j , em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira.

$B = \begin{bmatrix} x & 1,8 & 3,0 \\ a & y & 2,0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$

Calcule , para esse dia, o valor, em reais:

- a) arrecadado a mais pela barraca B₃ em relação à barraca B₂
 b) arrecadado em conjunto pelas três barracas.

20) (UFC-2006) As matrizes A e B são quadradas de ordem

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4 e tais que $AB = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$. Determine a matriz BA.

21) (Vunesp-2006) Sejam $A = \begin{bmatrix} x-2y & 1 \\ 3x+y & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ matrizes reais.

- a) Calcule o determinante de A, $\det(A)$, em função de x e y, e represente no plano cartesiano os pares ordenados (x, y) que satisfazem a inequação $\det(A) \leq \det(B)$.
 b) Determine x e y reais, de modo que $A + 2B = C$.

22) (Mack-2006) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, se $A \cdot B = B \cdot A$, então

- a) $x \cdot y = 10$
 b) $\frac{x}{y} = 3$
 c) $\log_y x = 2$
 d) $x + y = 8$
 e) $x = \frac{1}{2}y$

23) (Mack-2004) Se o produto de matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ é a matriz nula, x + y é igual a:

- a) 0
 b) 1
 c) -1
 d) 2
 e) -2

24) (UFV-2005) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ e $M = \begin{pmatrix} x & -1 \\ -1 & y \end{pmatrix}$, onde x e y são números reais e M é a matriz inversa de A. Então o produto x y é:

- a) $\frac{3}{2}$
 b) $\frac{2}{3}$
 c) $\frac{1}{2}$
 d) $\frac{3}{4}$
 e) $\frac{1}{4}$

25) (Vunesp-2006) Numa pequena cidade realizou-se uma pesquisa com certo número de indivíduos do sexo masculino, na qual procurou-se obter uma correlação entre a estatura de pais e filhos. Classificaram-se as estaturas em 3 grupos: alta (A), média (M) e baixa (B). Os dados obtidos na pesquisa foram sintetizados, em termos de probabilidades, na matriz

		Filho		
		A	M	B
Pai	A	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	M	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$
	B	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$

O elemento da primeira linha e segunda coluna da matriz, $\frac{1}{4}$, que é $\frac{1}{4}$, significa que a probabilidade de um filho de pai alto ter estatura média é $\frac{1}{4}$. Os demais elementos interpretam-se similarmente. Admitindo-se que essas probabilidades continuem válidas por algumas gerações, a probabilidade de um neto de um homem com estatura média ter estatura alta é:

- a) $\frac{13}{32}$

- b) $\frac{9}{64}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{25}{64}$
- e) $\frac{13}{16}$

26) (IBMEC-2005) Uma agência de propaganda utiliza nas campanhas publicitárias que elabora para seus clientes três tipos de material para divulgação em papel:

- impresso tipo PB, em preto e branco no papel simples,
- impresso tipo CK, colorido no papel simples,
- impresso tipo CKX, colorido no papel mais grosso.

Para fazer este tipo de trabalho, a agência contrata normalmente três gráficas, que cobram preços unitários diferentes para cada tipo de impressão conforme tabela abaixo.

Tabela 1

Tipo	PB	CK	CKX
Gráfica A	R\$2,00	R\$3,00	R\$4,00
Gráfica B	R\$3,00	R\$3,00	R\$4,00
Gráfica C	R\$1,00	R\$2,00	R\$6,00

- a) Determine a gráfica que, para fazer 300 impressões do tipo PB, 150 do tipo CK e 200 do tipo CKX apresentaria o menor custo.
- b) No último ano, a agência fez 25% dos seus impressos com a gráfica A, 45% com a gráfica B e o restante com a gráfica C. Supondo que, em cada campanha deste último ano, a agência sempre fez os três tipos de impressão com a mesma gráfica e que os preços unitários foram os valores dados na Tabela 1, determine o custo unitário médio que a agência teve com cada tipo de impressão.

27) (Vunesp-2005) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & z \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{bmatrix}$, com x, y, z números reais.

Se $A \cdot B = C$, a soma dos elementos da matriz A é:

- a) 9.
- b) 40.
- c) 41.
- d) 50.
- e) 81.

28) (FMTM-2005) A matriz $A = (a_{ij})_{20 \times 20}$ indica a pontuação das 20 equipes que disputaram um torneio de futebol por

cada um dos jogos. Em relação às regras do torneio e à matriz A, sabe-se que:

- as equipes jogaram entre si uma única vez no torneio;
 - em cada jogo, cada equipe ganhou 3 pontos por vitória, 1 por empate ou 0 por derrota;
 - foi considerada campeã a equipe que totalizou o maior número de pontos;
 - as equipes foram numeradas de 1 a 20;
 - a_{ij} representa os pontos ganhos pela equipe i no jogo contra a equipe j, sendo que para $i = j$ adota-se $a_{ij} = 0$;
 - cada uma das 20 equipes empatou ao menos um jogo.
- Sabendo-se que a equipe número 5 foi a campeã do torneio,

com um total de 48 pontos, é correto afirmar que $\sum_{i=1}^{20} a_{i5}$ é igual a

- a) 6.
- b) 9.
- c) 10.
- d) 12.
- e) 15.

29) (Santa Casa-1980) Se uma matriz quadrada A é tal que $A^t = -A$, ela é chamada matriz anti-simétrica. Sabe-se que M é anti-simétrica e

$$M = \begin{bmatrix} 4+a & \dots & \dots \\ a & b+2 & \dots \\ b & c & 2c-8 \end{bmatrix}$$

Obs. M: Matriz quadrada de ordem 3.

Os termos a_{12} , a_{13} e a_{23} da matriz M valem, respectivamente:

- a) -4, -2 e 4
- b) 4, 2 e -4
- c) 4, -2 e -4
- d) 2, -4 e 2
- e) n.d.a.

30) (Santana-1983) Se a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & y \\ x & 1 & 0 \\ x+1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica, então $x \cdot y$ é igual a:

- a) $\frac{1}{9}$
- b) $\frac{1}{8}$
- c) 1
- d) 8
- e) 9

- 31) (UFRS-1981)** Se a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & y \\ x & 4 & 5 \\ 3 & z & 6 \end{pmatrix}$ for simétrica, então $x + y + z$ é:
- 7
 - 9
 - 10
 - 11
 - 12

- c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

32) (Mack-1996) Sejam as matrizes a seguir

$$\begin{cases} A = (a_{ij})_{4 \times 3}, a_{ij} = i^j \\ B = (b_{ij})_{3 \times 4}, b_{ij} = j^i \end{cases}$$

Se $C = A \cdot B$, então c_{33} vale:

- 3
- 14
- 39
- 84
- 25

35) (Mack-2005) Considere as matrizes A e B, tais que $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 11 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

. A soma dos elementos da primeira coluna da matriz B é igual a:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

33) (FEI-1996) Considere as matrizes A e B a seguir :

$$A = \begin{bmatrix} a & 2a \\ 0 & 2a \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2b & -2b \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

Se a inversa da matriz A é a matriz B então:

- $a = 0$ ou $b = 0$
- $ab = 1$
- $ab = \frac{1}{2}$
- $a = 0$ e $b = 0$
- $a + b = \frac{1}{2}$

36) (UFC-2004) O valor de a para que a igualdade matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

seja verdadeira é:

- 1
- 2
- 0
- 2
- 1

34) (FEI-1994) Se as matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ estão assim definidas:

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 & \text{se } i = j \\ a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j \\ b_{ij} = 1 & \text{se } i + j = 4 \\ b_{ij} = 0 & \text{se } i + j \neq 4 \end{cases}$$

onde $1 \leq i, j \leq 3$, então a matriz $A + B$ é:

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

37) (FGV-2004) É dada a matriz $A =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

a) Se $B = A^t - \frac{3}{2}A$, onde A^t a matriz transposta de A e $B =$

$$\begin{bmatrix} y & -10 & 5x + 7y \\ x & x & 7 \\ 2 & y & 2 \\ 2 & \frac{3y}{x} & 3x + 7y \end{bmatrix}$$

determine o número real w, tal que $w = |x \cdot y|$

b) Considere a matriz C, tal que $C = -\frac{3}{2}A^t$. Encontre o valor do número real p, sendo p o determinante da matriz $C \cdot A^{-1}$, isto é, $p = \det(C \cdot A^{-1})$ e A^{-1} matriz inversa da matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, a$$

38) (FGV-2004) Com relação à matriz opção correta é:

- a) $A^{24} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
- b) $A^{22} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
- c) $A^{21} = A$
- d) $A^{21} = A^2$
- e) $A^{22} = A^2$

39) (FGV-2004) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da matriz A^{100} é

- a) 102.
- b) 118.
- c) 150.
- d) 175.
- e) 300.

40) (UFSCar-2004) A matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ está sendo usada para representar as coordenadas dos vértices $A(0, 0), B(2, 0)$ e $C(4, 3)$ de um triângulo ABC. Multiplicando-se M por uma constante $k > 0$, a matriz resultante da operação indicará os vértices do triângulo $A'B'C'$, de acordo com o mesmo padrão anterior de representação. Em tais condições, a área do triângulo $A'B'C'$ será igual a

- a) 3k
- b) 6k
- c) k^2
- d) $3k^2$
- e) $6k^2$

41) (Fatec-2003) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{bmatrix}$ tal que $A^2 = \begin{bmatrix} -19 & -8 \\ 10 & -19 \end{bmatrix}$.

É verdade que $a + b$ é igual a

- a) 0
- b) 1
- c) 9
- d) -1
- e) -9

42) (FGV-2003) a) Discuta, em função de m, o sistema nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} mx + y = 4 \\ x + my = 6 \end{cases}$$

b) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} k & 0 \\ m & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ para que valores de k e m, a matriz A é a inversa de B?

43) (UFPR-1995) Considere a matriz $A[a_{ij}]$, de ordem 4×4 , cujos elementos são mostrados a seguir.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \neq j \\ 0, & \text{se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

- 01. Na matriz A, o elemento a_{23} é igual ao elemento a_{32} .
- 02. Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
- 04. O determinante da matriz A é igual a -4.
- 08. Se a matriz B é $[1 \ -1 \ 1 \ -1]$, então o produto B.A é a matriz -B.
- 16. Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz $A+I$ possui todos os elementos iguais a 1.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

44) (UEL-2003) Uma nutricionista recomendou aos atletas de um time de futebol a ingestão de uma quantidade mínima de certos alimentos (fruta, leite e cereais) necessária para uma alimentação sadia. A matriz D fornece a quantidade diária mínima (em gramas) daqueles alimentos. A matriz M fornece a quantidade (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida por cada grama ingerida dos alimentos citados.

$$D = \begin{bmatrix} 200 \\ 300 \\ 600 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{fruta} \\ \text{leite} \\ \text{cereais} \end{matrix}$$

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{fruta} & \text{leite} & \text{cereais} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{proteínas} \\ \text{gorduras} \\ \text{carboidratos} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,006 & 0,033 & 0,108 \\ 0,001 & 0,035 & 0,018 \\ 0,084 & 0,052 & 0,631 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

A matriz que mostra a quantidade diária mínima (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida pela ingestão daqueles alimentos é:

- a) $\begin{bmatrix} 18,20 \\ 36,30 \\ 454,20 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} 29,70 \\ 16,20 \\ 460,20 \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} 48,30 \\ 36,00 \\ 432,40 \end{bmatrix}$
- d) $\begin{bmatrix} 51,90 \\ 48,30 \\ 405,60 \end{bmatrix}$
- e) $\begin{bmatrix} 75,90 \\ 21,50 \\ 411,00 \end{bmatrix}$

45) (UFSCar-2003) Sejam as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \log 0,1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} \log 0,01 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcule:

- a) o determinante da matriz (B - A).
b) a matriz inversa da matriz (B - A).

46) (Mauá-2002) Para acessar suas contas correntes via Internet, os clientes de um banco devem informar x: número do banco; y: número da agência; r: número da conta corrente; s: senha de acesso. Para garantir a segurança desses dados, que trafegam pela Internet, a matriz de

informação $I = \begin{pmatrix} x & y \\ r & s \end{pmatrix}$ é pré-multiplicada por $A =$

$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Assim, a informação que trafega pela rede é I.A. Se um cliente digitar x=1; y=57; r=819 e s=1346, qual será a informação que trafegará pela Internet?

47) (ESPM-1995) Considere as matrizes:

- I. $A = (a_{ij})$, 3x6, definida por $a_{ij} = i-j$
II. $B = (b_{ij})$, 6x8, definida por $b_{ij} = i$
III. $C = (c_{ij})$, $C = A.B$

O elemento c_{43} é:

- a) -64
b) -12
c) -9
d) 12
e) Não existe

48) (AFA-1999) Se os elementos da matriz $A_{3 \times 4}$ são definidos por $a_{ij} = 2i - j$, então, o elemento b_{23} da matriz $B = 2^{-1}A.A^t$ é

- a) 1.
b) 7.
c) 10.
d) 13.

49) (UFRN-2002) Dada a matriz $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ podemos afirmar que:

a) $M^{50} = M.M.M...M = M$
50 vezes

b) $\text{DET}(M) = \frac{1}{2}$

c) $M.X = 0 \Leftrightarrow M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

50) (Vunesp-1999) Seja $A =$

a) Justifique, através do cálculo do determinante, que A é inversível.

b) Mostre que $A^{-1} = A^t$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

51) (FGV-1998) Considere a matriz $A =$. Obtenha as matrizes:

a) $A^2 + A^3$

b) $\sum_{l=1}^{10} A^l$

52) (Vunesp-1994) Determine os valores de x, y e z na igualdade a seguir, envolvendo matrizes reais 2x2:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y & 0 \\ x & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z-4 & 0 \\ y-z & 0 \end{bmatrix}$$

53) (UFPR-1995) Considere a matriz $A[a_{ij}]$, de ordem 4x4, cujos elementos são mostrados a seguir.

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \neq j \\ 0, & \text{se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

01. Na matriz A, o elemento a_{23} é igual ao elemento a_{32} .
02. Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
04. O determinante da matriz A é igual a -4.
08. Se a matriz B é $[1 \ -1 \ 1 \ -1]$, então o produto B.A é a matriz -B.
16. Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz A+I possui todos os elementos iguais a 1.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

54) (UECE-1996) Sejam as matrizes M_1 e M_2 a seguir e considere a operação entre estas matrizes:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, M_2 = \begin{pmatrix} p & q \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } M_2 \cdot M_1 - M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Nessas condições $p + q$ é igual a:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8.

55) (UECE-2002) A solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

é:

- a) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$
- d) $\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

56) (UFSCar-2002) Seja a matriz $M = (m_{ij})_{2 \times 3}$, tal que $m_{ij} = j^2 - i^2$.

- a) Escreva M na forma matricial.
- b) Sendo M^t a matriz transposta de M , calcule o produto $M \cdot M^t$.

57) (UFPR-2002) Para cada número x , considere as

$$\text{matrizes: } A = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ -1 & x-1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} x+1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

correto afirmar:

- Se $x = 0$, então $A + B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- Se $x = 1$, então $AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.
- Existe número real x tal que $\det A = \det B$.
- Existe número real x tal que A é inversa de B .
- O número complexo $1+i$ é raiz da equação $\det A = 0$.
- $(\det A)(\det B)$ é um polinômio cujas raízes têm soma igual a 3.

58) (Vunesp-2002) Considere três lojas, L_1, L_2 e L_3 , e três tipos de produtos, P_1, P_2 e P_3 . A matriz a seguir descreve a quantidade de cada produto vendido por cada loja na primeira semana de dezembro. Cada elemento a_{ij} da matriz indica a quantidade do produto P_i vendido pela loja $L_j, i, j = 1, 2, 3$.

$$\begin{matrix} & L_1 & L_2 & L_3 \\ P_1 & 30 & 19 & 20 \\ P_2 & 15 & 10 & 8 \\ P_3 & 12 & 16 & 11 \end{matrix}$$

Analisando a matriz, podemos afirmar que

- a) a quantidade de produtos do tipo P_2 vendidos pela loja L_2 é 11.
- b) a quantidade de produtos do tipo P_1 vendidos pela loja L_3 é 30.
- c) a soma das quantidades de produtos do tipo P_3 vendidos pelas três lojas é 40.
- d) a soma das quantidades de produtos do tipo P_i vendidos pelas lojas $L_i, i = 1, 2, 3$, é 52.
- e) a soma das quantidades dos produtos dos tipos P_1 e P_2 vendidos pela loja L_1 é 45.

59) (Fuvest-1999) Se as matrizes $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ são tais que $AB = BA$, pode-se afirmar que

- a) A é inversível
- b) $\det A = 0$
- c) $b = 0$
- d) $c = 0$
- e) $a = d = 1$

60) (Fuvest-2004) Uma matriz real A é ortogonal se $A \cdot A^t = I$, onde I indica a matriz identidade e A^t indica a transposta

$$\text{de } A. \text{ Se } A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x \\ y & z \end{bmatrix}$$

é ortogonal, então $x + y$ é igual a:

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- e) $\frac{3}{2}$

61) (Unifesp-2003) Uma indústria farmacêutica produz, diariamente, p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y , ao custo unitário de r e s reais, respectivamente. Considere as matrizes $M, 1 \times 2$, e $N, 2 \times 1$:

$$M = [2p \quad q] \text{ e } N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$$

A matriz produto $M \cdot N$ representa o custo da produção de

- a) 1 dia.
- b) 2 dias.

- c) 3 dias.
d) 4 dias.
e) 5 dias.

62) (Mack-2005) O traço de uma matriz quadrada é a soma dos elementos de sua diagonal principal. O traço da matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, tal que $a_{ij} = i^j$, é:

- a) 3^3 .
b) 2^5 .
c) 5^2 .
d) 4^3 .
e) 2^6 .

63) (ESPM-2005) Uma matriz quadrada de ordem 3 é tal que o elemento situado na linha x e coluna y vale $3x - 2y$. Com relação à inversa dessa matriz, pode-se afirmar que:

- a) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2x - 3y$
b) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2x + 3y$
c) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2y - 3x$
d) O elemento situado na linha x e coluna y vale $3y - 2x$
e) Essa matriz não tem inversa

64) (UFRS-1984) A matriz $A = (a_{ij})$, de segunda ordem, é definida por $a_{ij} = 2i - j$. Então, $A - A^t$ é:

- a) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

65) (UFSE-1984) São dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B =$

$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. A matriz $X = A^t + 2B$, onde A^t é a matriz transposta de A , é igual a:

- a) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

- d) $\begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

66) (Vunesp-2003) Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Em que condição pode-se afirmar que $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

- a) Sempre, pois é uma expansão binomial.
b) Se e somente se uma delas for a matriz identidade.
c) Sempre, pois o produto de matrizes é associativo.
d) Quando o produto AB for comutativo com BA .
e) Se e somente se $A = B$.

67) (FGV-2003) Sejam A , B e C matrizes quadradas de ordem 3 e O a matriz nula também de ordem 3. Assinale a alternativa correta:

- a) Se $AB = O$ então $A = O$ ou $B = O$
b) $\det(2A) = 2 \det(A)$
c) Se $AB = AC$ então $B = C$
d) $A(BC) = (AB)C$
e) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$

68) (UEL-2002) Sendo A uma matriz $m \times n$ e B uma matriz $p \times q$, é correto afirmar que

- a) $(A^t)^t = A$ e $(B^t)^t = B$
b) Sempre é possível efetuar $(A + B)$
c) Se $n = p$, então $A \cdot B = B \cdot A$
d) Sempre é possível efetuar o produto $A \cdot B$
e) Se $n = p$, então $A \cdot B^t = B^t \cdot A$

69) (FGV-2003) A , B e C são matrizes quadradas de ordem 3, e I é a matriz identidade de mesma ordem. Assinale a alternativa correta:

- a) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
b) $B \cdot C = C \cdot B$
c) $(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$
d) $C \cdot I = C$
e) $I \cdot A = I$

70) (FAZU-2001) Se a matriz $\begin{bmatrix} 2x+5 & -x \\ -x & -5 \end{bmatrix}$ não é invertível, então o valor de x é:

- a) 5
b) 10
c) -5
d) -10
e) 0

71) (Vunesp-1999) Se A , B e C forem matrizes quadradas quaisquer de ordem n , assinale a única alternativa verdadeira:

- a) $AB = BA$.
 b) Se $AB = AC$, então $B = C$.
 c) Se $A^2 = O_n$ (matriz nula), então $A = O_n$.
 d) $(AB)C = A(BC)$.
 e) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

72) (UFRJ-1999) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopos cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo. Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopos que i pagou para j , sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha i , coluna j de cada matriz).

Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopos que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

- a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?
 b) Quantos chopos Cláudio ficou devendo para Antônio?

73) (UniAra-2001) Sobre as sentenças:

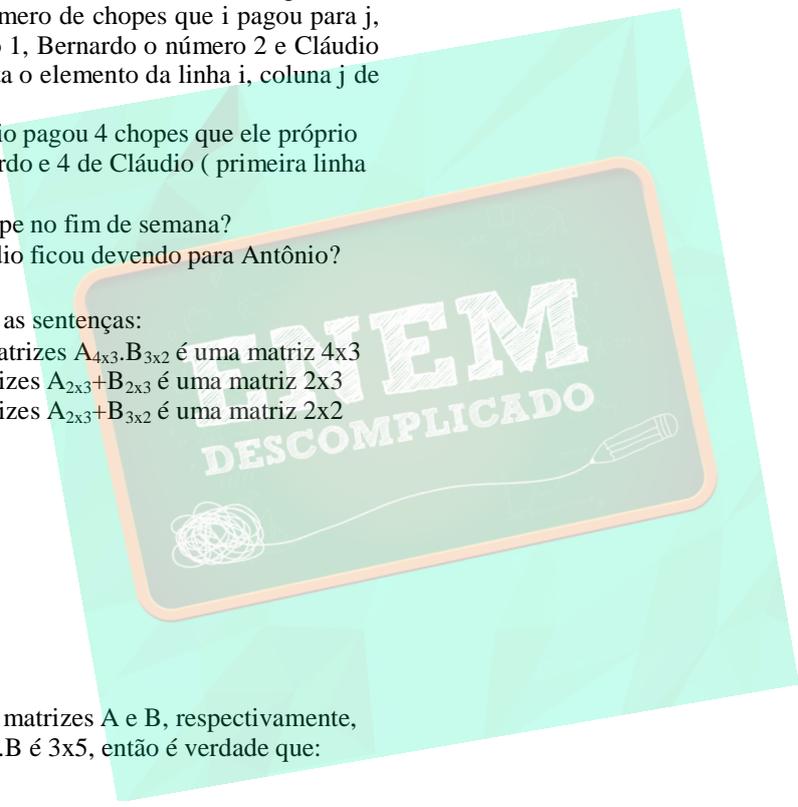
- I. O produto de matrizes $A_{4 \times 3} \cdot B_{3 \times 2}$ é uma matriz 4×3
 II. A soma de matrizes $A_{2 \times 3} + B_{2 \times 3}$ é uma matriz 2×3
 III. A soma de matrizes $A_{2 \times 3} + B_{3 \times 2}$ é uma matriz 2×2

É verdade que:

- a) somente a II é falsa
 b) somente a I é falsa
 c) I, II e III, são falsas
 d) I e III são falsas
 e) somente a III é falsa

74) (UEL-1995) Sejam as matrizes A e B, respectivamente, 3×4 e $p \times q$. Se a matriz $A \cdot B$ é 3×5 , então é verdade que:

- a) $p = 5$ e $q = 5$
 b) $p = 4$ e $q = 5$
 c) $p = 3$ e $q = 5$
 d) $p = 3$ e $q = 4$
 e) $p = 3$ e $q = 3$



Gabarito

1) a) $\det M = 1$ e $M^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \text{sen}\theta \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow x = \cos\theta; y = \text{sen}\theta \text{ e } z=3.$

2) Resposta : 11

Para obter um elemento específico da matriz inversa, o ideal é usar o método de obter a matriz inversa via matriz adjunta.

3) Alternativa: A

4) a) $\theta = \frac{\pi}{2}$.

b) $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{12}$ ou $\beta = \frac{5\pi}{12}$

5) Alternativa: B

6) Resposta

a) Se $AB = BA$, então $B^{-1}AB = B^{-1}BA = B^{-1}AB$ $B^{-1} = B^{-1}BA$
 $B^{-1} = B^{-1}A.I = I.A.B^{-1} = B^{-1}A = A.B^{-1}$, ou seja, $AB^{-1} = B^{-1}A$

b) $A^2 + 2AB - B = 0$
 $(A^2 + 2AB - B).B^{-1} = 0.B^{-1}$
 $A.(AB^{-1}) + 2A - I = 0$
 $A.[AB^{-1} + 2I] = I$
 Assim, $\det(A.[AB^{-1} + 2I]) = \det I$
 $\det A . \det(AB^{-1} + 2I) = 1$
 Assim, concluímos que $\det A \neq 0$, portanto A é inversível.

7) Alternativa: D e E

Ambas representam a mesma matriz, pois $1000.(Q^t)^{-1}.P = (Q^{-1})^t.P.1000$

8) $M^{2003} = I - M$

(obtenha as potências de M e perceba que elas formam uma seqüência de período 6, portanto $M^{2003} = M^5$)

9) Alternativa: A

Dica: perceba que a matriz X precisa ser do tipo (1x2).

10) a) $A(x).A(x) = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}2x \\ \text{sen}2x & 1 \end{bmatrix}$

b) $x \in \{ 0, 2\pi \}$

11) Alternativa: E

12) a) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ temos $B = \frac{1}{2}(A +$

$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \frac{b+c}{2} \\ \frac{b+c}{2} & d \end{bmatrix}$

$A^t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a & \frac{b+c}{2} \\ \frac{b+c}{2} & d \end{bmatrix} = B$

Como $B^t = \begin{bmatrix} a & \frac{b+c}{2} \\ \frac{b+c}{2} & d \end{bmatrix} = B$ então B é matriz simétrica.

Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ temos $C = \frac{1}{2}(A - A^t) =$

$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & b-c \\ c-b & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{b-c}{2} \\ \frac{c-b}{2} & 0 \end{bmatrix}$

Como $C^t = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c-b}{2} \\ \frac{b-c}{2} & 0 \end{bmatrix} = -C$ então C é matriz anti-simétrica.

b) Se A, B e C são matrizes 2x2, B é matriz simétrica dada

por $B = \frac{1}{2}(A + A^t)$ e C é anti-simétrica dada por $C = \frac{1}{2}(A$

$- A^t)$ temos que $B + C = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A^t + \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}A^t = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A = A$.

Logo, podemos dizer que qualquer matriz A do tipo 2x2 é a soma uma matriz simétrica com uma anti-simétrica devidamente escolhidas.

13) a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

b) Isso acontece com matrizes do tipo $\begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix}$ com determinante -1, pois:

Se $A = A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix}$ e $A.A^{-1} = I$, então $\begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a^2+bc & 0 \\ 0 & a^2+bc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow a^2+bc = 1 \Leftrightarrow -a^2-bc = -1 \Leftrightarrow \det = -1$

14) Alternativa: C

15) Alternativa: B

16) Alternativa: B

17) a) $x = -\frac{1}{2}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$

18) Alternativa: C

19) a) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 1,8 \\ b_1 + b_3 = 3,0 \end{cases}$

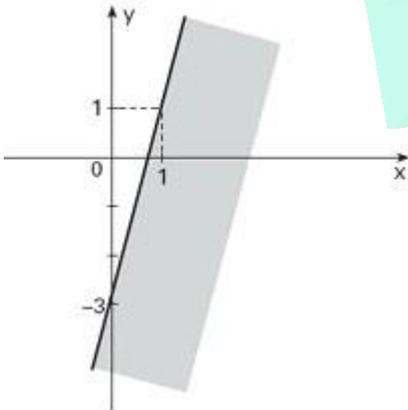
$(b_1 + b_3) - (b_1 + b_2) = b_3 - b_2 = 3,0 - 1,8 = 1,2$ milhares de reais = **1.200 reais**

b) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 1,8 \\ b_1 + b_3 = 3,0 \\ b_2 + b_3 = 2,0 \end{cases}$

$(b_1 + b_2) + (b_1 + b_3) + (b_2 + b_3) = 1,8 + 3,0 + 2,0$
 $2b_1 + 2b_2 + 2b_3 = 6,8 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 = 3,4$ milhares de reais = **3.400 reais**

20) B.A = $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

21) a) $\det A = -4x + y$; gráfico.



b) $x = 1$ e $y = 2$.

22) Alternativa: C

23) Alternativa: C

24) Alternativa: A

25) Alternativa: A

26) a) Resposta: Gráfica C

b) Resposta: Os custos unitários médios, em reais, são 2,15, 2,70 e 4,60, respectivamente, para os tipos de impressão PB, CK e CKX.

27) Alternativa: B

28) Alternativa: A

29) Alternativa: B

30) Alternativa: B

31) Alternativa: C

32) Alternativa: D

33) Alternativa: C

34) Alternativa: D

35) Alternativa: C

36) Alternativa: B

37) a) 2

b) $p = -\frac{27}{8}$

38) Alternativa: A

39) Alternativa: A

40) Alternativa: D

41) Alternativa: B

42) a) SPD: $m \neq \pm 1$
 SI: $m = \pm 1$

b) $k = \frac{1}{2}$ e $m = -\frac{1}{6}$

43) $V V F V V = 1 + 2 + 8 + 16 = 27$

44) Alternativa: E

45) $B-A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$

a) $\det(B-A) = 40+10 = 50$

b) $(B-A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$

46) Resposta: trafegará a matriz $IA = \begin{pmatrix} 2 & 282 \\ 1638 & 4273 \end{pmatrix}$

47) Alternativa: E

48) Alternativa: D

49) Alternativa: A

50) a) Aplicando a regra de Sarrus, obtemos o determinante da matriz como sendo $\det A = 1$. Assim, a matriz é inversível, pois $\det A \neq 0$.

b) Se mostrarmos que $A \cdot A^t = I$ (identidade) então estaremos mostrando que $A^t = A^{-1}$ (pela definição de Matriz Inversa). De fato, multiplicando a matriz A pela sua transposta obtemos a identidade de ordem 3.

51) a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 5 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

52) $x = 2, y = 2, z = 4$.

53) $V V F V V = 1+2+8+16 = 27$

54) Alternativa: C

55) Alternativa: B

56) a) $M = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

b) $M \cdot M^t = \begin{bmatrix} 73 & 40 \\ 40 & 34 \end{bmatrix}$

57) $V - F - V - F - V - F$

58) Alternativa: E

59) Alternativa: D

60) e) Multiplique a matriz A pela sua transposta e iguale à identidade. Resolva o sistema mantendo as incógnitas x, y e z ao quadrado.

61) Alternativa: B

62) Alternativa: B

63) Alternativa: E

64) Alternativa: B

65) Alternativa: D

66) Alternativa: D

67) Alternativa: D

68) Alternativa: A

69) Alternativa: D
as alternativas **A, B e C** são falsas pois a multiplicação de matrizes não possui a propriedade comutativa. E como a matriz identidade é o elemento neutro da multiplicação, $C \cdot I = C$.

70) Alternativa: C

71) Alternativa: D

72) a) Cláudio bebeu mais (15 chopes)
b) 2 chopes.

73) Alternativa: D

74) Alternativa: B