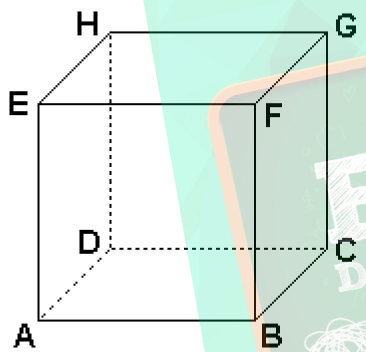
Exercícios de Matemática
Pirâmide

1. (Ita) A aresta de um cubo mede x cm. A razão entre o volume e a área total do poliedro cujos vértices são os centros das faces do cubo será:
a) (Ë3/9)x cm
b) (Ë3/18)x cm
c) (Ë3/6)x cm
d) (Ë3/3)x cm
e) (Ë3/2)x cm

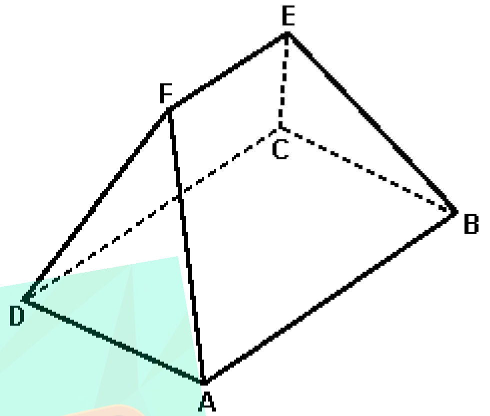
2. (Ufpr) Considerando o cubo representado na figura abaixo, de vértices A, B, C, D, E, F, G e H, e designando como ‘ o plano que contém os pontos C, D, E e F, é correto afirmar:



(01) O plano ‘ divide o cubo em duas pirâmides.
(02) O plano ‘ é perpendicular à face EADH.
(04) O plano ‘ é paralelo à aresta åæ.
(08) A pirâmide cujos vértices são A, B, C e F tem volume igual a um oitavo do volume do cubo.
(16) O volume do cilindro circunscrito ao cubo é maior do que uma vez e meia o volume do cubo.
(32) A esfera inscrita no cubo tem raio igual à aresta do cubo.

Soma (   )

3. (Fuvest) No sólido S representado na figura ao lado, a base ABCD é um retângulo de lados AB = 2∅ e AD = ∅; as faces ABEF e DCEF são trapézios; as faces ADF e BCE são triângulos eqüiláteros e o segmento EF tem comprimento ∅.
Determinar, em função de ∅, o volume de S.



4. (Ufmg) Um recipiente cúbico, sem tampa, cujas arestas medem 4 dm, contém 56 litros de água. Ao lado desse recipiente, estão os seguintes sólidos, todos de aço maciço:

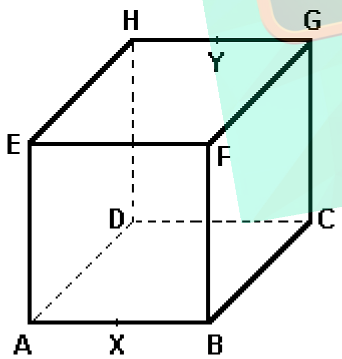
- uma esfera de raio ¤Ë2 dm;
- um cilindro circular reto com raio da base Ë2 dm e altura Ë2 dm;
- um paralelepípedo retangular de dimensões Ë3 dm, Ë3 dm e Ë7 dm; e
- uma pirâmide reta de altura Ë5 dm e de base quadrada com lado Ë12 dm.

Qual desses sólidos, quando colocado no recipiente, NÃO fará com que a água transborde?
a) A pirâmide
b) O cilindro
c) O paralelepípedo
d) A esfera

5. (Ita) Dada uma pirâmide regular triangular, sabe-se que sua altura mede 3a cm, onde a é a medida da aresta de sua base. Então, a área total desta pirâmide, em cm£, vale:
a) (a£Ë327)/4
b) (a£Ë109)/2
c) (a£Ë3)/2
d) [a£Ë3.(2+Ë33)]/2
e) [a£Ë3.(1+Ë109)]/4

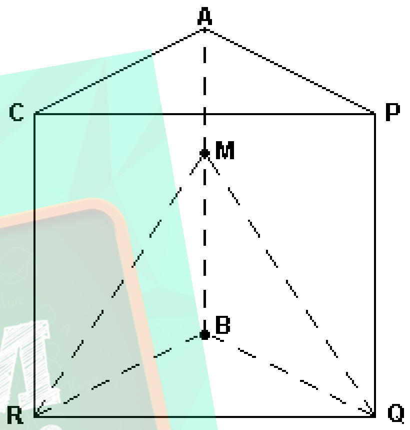
6. (Pucsp) A base de uma pirâmide reta é um quadrado cujo lado mede 8Ë2cm. Se as arestas laterais da pirâmide medem 17cm, o seu volume, em centímetros cúbicos, é:
a) 520.
b) 640.
c) 680.
d) 750.
e) 780.

7. (Fuvest) No cubo de aresta 'a' mostrado na figura adiante, X e Y são pontos médios das arestas AB e GH respectivamente. Considere a pirâmide de vértice F e cuja base é o quadrilátero XCYE. Calcule, em função de a,
a) o comprimento do segmento XY.
b) a área da base da pirâmide.
c) o volume da pirâmide.

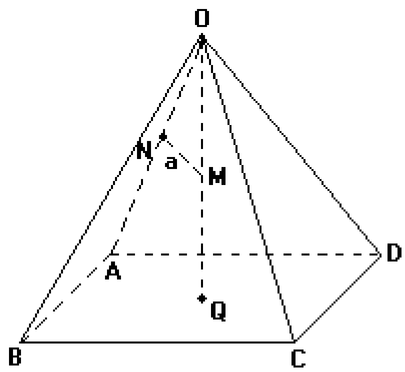


8. (Unicamp) Dado um cubo de aresta ∅, qual é o volume do octaedro cujos vértices são os centros das faces do cubo?

9. (Unesp) As arestas do prisma triangular reto mostrado na figura a seguir têm todas a mesma medida. Secciona-se o prisma por meio de um plano pelos vértices R e Q e por um ponto M da aresta AB. Para que o tetraedro MBQR tenha volume igual a 1/3 do volume do outro sólido em que se dividiu o prisma, deve-se ter BM igual a:
a) 3/4 BA
b) 2/3 BA
c) 3/5 BA
d) 1/3 BA
e) 1/6 BA



10. (Unesp) A figura a seguir mostra uma pirâmide regular de base quadrada cuja altura tem a mesma medida que as arestas da base. Pelo ponto médio M da altura OQ, traça-se o segmento MN perpendicular à aresta OA.
Se 'a' expressa a medida de MN, determine o volume da pirâmide em função de 'a'.



11. (Fei) São dados dois planos paralelos distantes de 5cm. Considere em um dos planos um triângulo ABC de área 30cm£ e no outro plano um ponto qualquer O. O volume do tetraedro ABCO é:
a) 10 cm¤
b) 20 cm¤
c) 30 cm¤
d) 40 cm¤
e) 50 cm¤

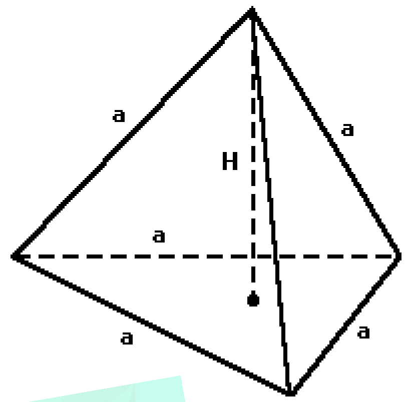
12. (Ufpe) Calcule o quadrado do volume do octaedro regular, cujas arestas medem ¤Ë3 unidades de comprimento.

13. (Puccamp) Uma pirâmide regular de base hexagonal é tal que a altura mede 8cm e a aresta da base mede 2Ë3cm. O volume dessa pirâmide, em centímetros cúbicos, é
a) 24Ë3
b) 36Ë3
c) 48Ë3
d) 72Ë3
e) 144Ë3

14. (Unicamp) Um tetraedro regular, cujas as arestas medem 9 cm de comprimento, tem vértices nos pontos A, B, C e D. Um plano paralelo ao plano que contém a face BCD encontra as arestas AB, AC e AD, respectivamente, nos pontos R, S e T.
a) Calcule a altura do tetraedro ABCD.
b) Mostre que o sólido ARST também é um tetraedro regular.
c) Se o plano que contém os pontos R, S e T dista 2 centímetros do plano da face BCD, calcule o comprimento das arestas do tetraedro ARST.

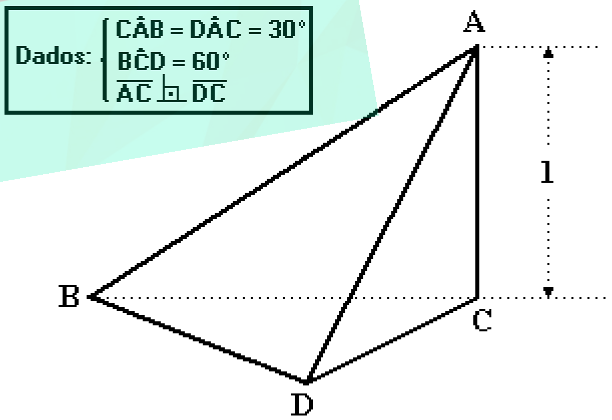
15. (Unirio) Um prisma de altura H e uma pirâmide têm bases com a mesma área. Se o volume do prisma é a metade do volume da pirâmide, a altura da pirâmide é:
a) H/6
b) H/3
c) 2H
d) 3H
e) 6H

16. (Unesp) Calcule a altura H e o seno do ângulo diedro formado por duas faces quaisquer de um tetraedro regular cujas arestas medem "a" cm.



17. (Uece) Numa pirâmide quadrangular regular, uma aresta da base mede 2Ë2cm e uma aresta lateral mede Ë22cm. O volume dessa pirâmide, em cm¤, é:
a) 7Ë2
b) 8Ë2
c) 9Ë2
d) 10Ë2

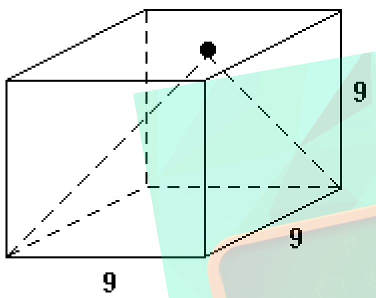
18. (Mackenzie) O volume do sólido da figura a seguir é:



a) Ë3/12.
b) Ë3/18.
c) Ë3/20.
d) Ë3/24.
e) Ë3/36.

19. (Faap) Considere um tetraedro retangular e um plano que o intercepta. A única alternativa correta é:
a) a intersecção pode ser um quadrilátero
b) a interseção é sempre um triângulo
c) a interseção é sempre um triângulo equilátero
d) a intersecção nunca é um triângulo equilátero
e) a intersecção nunca é um quadrilátero

20. (Ufpe) Na figura a seguir o cubo tem aresta igual a 9cm e a pirâmide tem um vértice no centro de uma face e como base a face oposta. Se V cm¤ é o volume da pirâmide, determine(1/3)V.



21. (Cesgranrio) Uma pirâmide quadrangular regular tem todas as arestas iguais a x. O volume dessa pirâmide é:
a) (x¤Ë2)/3
b) (x¤Ë2)/6
c) (x¤Ë3)/2
d) (x¤Ë3)/6
e) x¤

22. (Pucsp) Um imperador de uma antiga civilização mandou construir uma pirâmide que seria usada como seu túmulo. As características dessa pirâmide são

1° Sua base é um quadrado com 100 m de lado.
2° Sua altura é de 100 m.

Para construir cada parte da pirâmide equivalente a 1000 m¤, os escravos, utilizados como mão-de-obra, gastavam, em média, 54 dias. Mantida essa média, o tempo necessário para a construção da pirâmide, medido em anos de 360 dias, foi de
a) 40 anos.
b) 50 anos.
c) 60 anos.
d) 90 anos.
e) 150 anos.

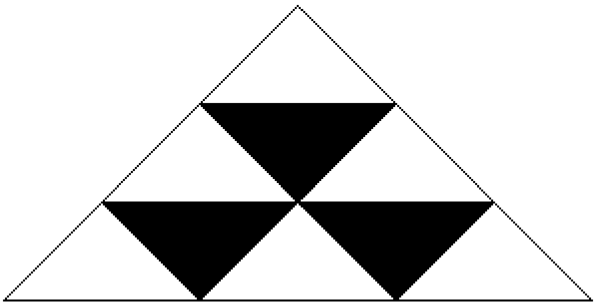
23. (Mackenzie) A soma dos ângulos de todas as faces de uma pirâmide é 18™rd. Então o número de lados do polígono da base da pirâmide é:
a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

24. (Fei) Seja ABCD um tetraedro regular e X, Y e Z os pontos médios das arestas AB, AC e AD respectivamente. Considere as afirmações:

I. O triângulo XCD é isósceles
II. O triângulo XBD é retângulo
III. O triângulo XYA é equilátero

Assinale a alternativa correta:
a) Somente a I e II são verdadeiras.
b) Somente a I e III são verdadeiras.
c) Somente II e III são verdadeiras.
d) Todas são verdadeiras.
e) Somente I é verdadeira.

25. (Fei) Em cada face de um tetraedro regular desenhou-se um trevo de 3 folhas estilizado, conforme indicado na figura. Se a medida da aresta do tetraedro é t, a soma das áreas de todas as folhas de todos os trevos desenhados é:



as três folhas do trevo têm dimensões iguais

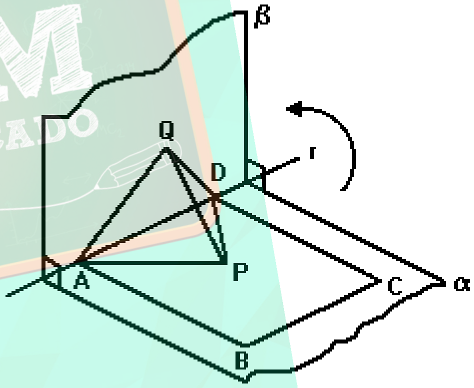
a) (t£Ë3)/2
b) (t£Ë3)/3
c) (t£Ë3)/6
d) (t£Ë3)/9
e) (t£Ë3)/12

26. (Mackenzie) Pelo centro A de um quadrado MNPQ de lado ∅ = 1, levanta-se uma perpendicular ao plano do quadrado e une-se um ponto T dessa perpendicular aos vértices do quadrado, obtendo-se, deste modo, quatro triângulos eqüiláteros.
O ângulo AMT mede:
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) arc tg Ë2
e) arc tg Ë2/2

27. (Mackenzie) Pelo centro A de um quadrado MNPQ de lado ∅ = 1, levanta-se uma perpendicular ao plano do quadrado e une-se um ponto T dessa perpendicular aos vértices do quadrado, obtendo-se, deste modo, quatro triângulos eqüiláteros.
O volume do poliedro de vértice T e base AMN é:
a) Ë2 /6
b) Ë2 /12
c) Ë2 /24
d) Ë2 /36
e) Ë2 /48

28. (Mackenzie) Pelo centro A de um quadrado MNPQ de lado ∅=1, levanta-se uma perpendicular ao plano do quadrado e une-se um ponto T dessa perpendicular aos vértices do quadrado, obtendo-se, deste modo, quatro triângulos eqüiláteros.
A área total do poliedro de vértice T e base MNPQ é:
a) (Ë3) + 2
b) 2 (Ë2 + 1)
c) Ë3 + Ë2
d) Ë2 + 1
e) Ë3 + 1

29. (Unesp) Na figura, os planos ‘ e ’ são perpendiculares e se interceptam segundo a reta r. Os pontos A, B, C, e D com A e D em r, são os vértices de um quadrado e P é o ponto de interseção das diagonais do quadrado. Seja Q, em ’ , o ponto sobre o qual cairia P se o plano ‘ girasse de 90° em torno de r, no sentido indicado na figura, até coincidir com ’ .



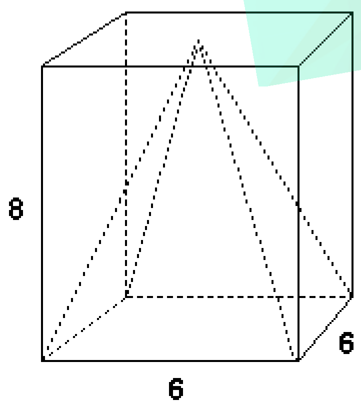
Se AB = 2Ë3, calcule o volume do tetraedro APDQ.

30. (Ufrs) Numa pirâmide regular, a base é um quadrado de lado a. Suas faces laterais são triângulos equiláteros. O volume desta pirâmide é
a) Ë2/12 a¤
b) Ë2/6 a¤
c) Ë2/3 a¤
d) Ë3/12 a¤
e) Ë3/6 a¤

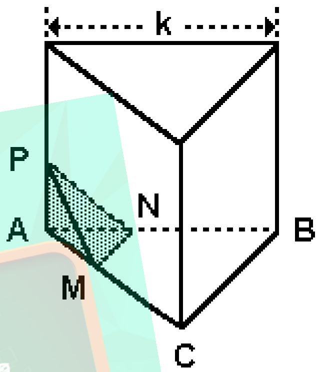
31. (Ita) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado 2cm. Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de 45°. Então, a razão entre a área da base e a área lateral é igual a:
a) Ë2
b) 1/3
c) Ë6
d) (Ë2)/2
e) (Ë3)/3

32. (Cesgranrio) Uma folha de papel colorido, com a forma de um quadrado de 20 cm de lado, será usada para cobrir todas as faces e a base de uma pirâmide quadrangular regular com altura de 12 cm e apótema da base medindo 5 cm. Após se ter concluído essa tarefa, e levando-se em conta que não houve desperdício de papel, a fração percentual que sobrará dessa folha de papel corresponde a:
a) 20 %
b) 16 %
c) 15 %
d) 12 %
e) 10 %

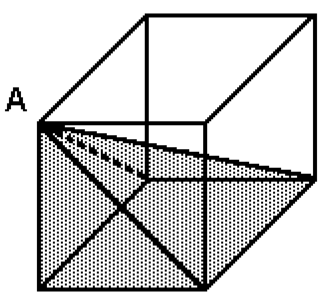
33. (Fuvest) Considere uma caixa sem tampa com a forma de um paralelepípedo reto de altura 8 m e base quadrada de lado 6 m. Apoiada na base, encontra-se uma pirâmide sólida reta de altura 8m e base quadrada com lado 6 m. O espaço interior à caixa e exterior à pirâmide é preenchido com água, até uma altura h, a partir da base (h´8). Determine o volume da água para um valor arbitrário de h, O ´ h ´ 8.



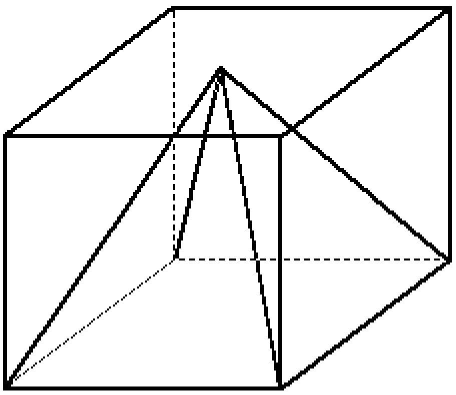
34. (Mackenzie) Na figura a seguir, PMN é a secção do prisma reto, triangular e regular, com um plano que faz 60° com sua base. Se M e N são pontos médios e se o volume do sólido assinalado é Ë3, então k mede:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



35. (Mackenzie) Na figura a seguir, a pirâmide de vértice A tem por base uma das faces do cubo de lado k. Se a área lateral dessa pirâmide é 4+4Ë2, então o volume do sólido contido no cubo e externo à pirâmide é:
a) 8/3
b) 16
c) 8
d) 4/3
e) 16/3



36. (Unirio)

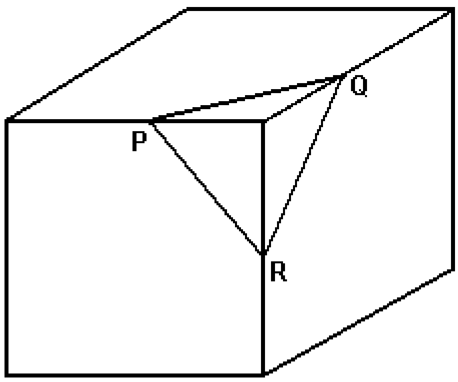


Uma pirâmide está inscrita num cubo, como mostra a figura anterior. Sabendo-se que o volume da pirâmide é de 6 m¤, então, o volume do cubo, em m¤, é igual a:

a) 9
b) 12
c) 15
d) 18
e) 21

37. (Ufrs) O valor numérico de cada aresta de um cubo é 2, e os pontos P, Q e R são pontos médios de três arestas, como no desenho a seguir. Um plano passando pelos pontos P, Q e R secciona o cubo em dois sólidos. A razão entre o volume do sólido menor e o volume do cubo é

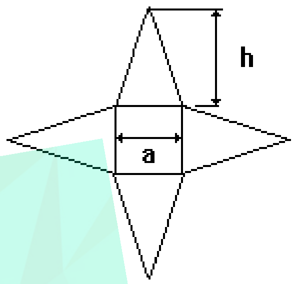
a) 1/48
b) 1/32
c) 1/24
d) 1/16
e) 1/12



38. (Unicamp) Cada aresta de um tetraedro regular mede 6cm. Para este tetraedro, calcule:

a) a distância entre duas arestas opostas, isto é, entre duas arestas que não têm ponto comum;
b) o raio da esfera inscrita no tetraedro.

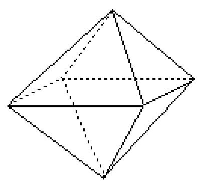
39. (Ufrs) Considere uma pirâmide regular de base quadrada, construída a partir do padrão plano abaixo.



Se a altura da pirâmide é o dobro do lado "a" da base, o valor de h no padrão é

a) h = (Ë17/2) a
b) h = (Ë5) a
c) h = (Ë22/2) a
d) h = (Ë6) a
e) h = (5/2) a

40. (Puccamp) Um octaedro regular é um poliedro constituído por 8 faces triangulares congruentes entre si e ângulos poliédricos congruentes entre si, conforme mostra a figura a seguir.

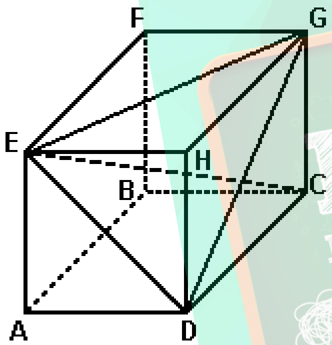


Se o volume desse poliedro é 72Ë2cm¤, a medida de sua aresta, em centímetros, é

a) Ë2
b) 3
c) 3Ë2
d) 6
e) 6Ë2

41. (Ita) Um triedro tri-retângulo é cortado por um plano que intercepta as três arestas, formando um triângulo com lados medindo 8m, 10m e 12m. O volume, em m¤, do sólido formado é:
a) 15Ë6
b) 5Ë30
c) 6Ë15
d) 30Ë6
e) 45Ë6

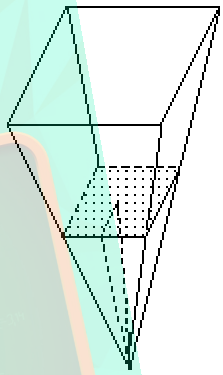
42. (Uff) Considere o cubo de vértices A, B, C, D, E, F, G e H representando na figura abaixo.



Sabendo que a área do triângulo DEC é Ë2/2m£, calcule o volume da pirâmide cujos vértices são D, E, G e C.

43. (Ufes) Seja VABC uma pirâmide de vértice V e base ABC. O plano que passa pelo ponto C, pelo ponto médio M da aresta VA e pelo ponto médio N da aresta VB, divide-a em duas pirâmides de vértice C, uma de base triangular e volume V‹ e outra de base quadrangular e volume V›. A razão V‹/V› é
a) 1/8
b) 1/4
c) 1/3
d) 3/8
e) 1/2

44. (Ufsm) Um técnico agrícola utiliza um pluviômetro na forma de pirâmide quadrangular, para verificar o índice pluviométrico de uma certa região. A água, depois de recolhida, é colocada num cubo de 10cm de aresta. Se, na pirâmide, a água atinge uma altura de 8cm e forma uma pequena pirâmide de 10cm de apótema lateral, então a altura atingida pela água no cubo é de
a) 2,24 cm
b) 2,84 cm
c) 3,84 cm
d) 4,24 cm
e) 6,72 cm



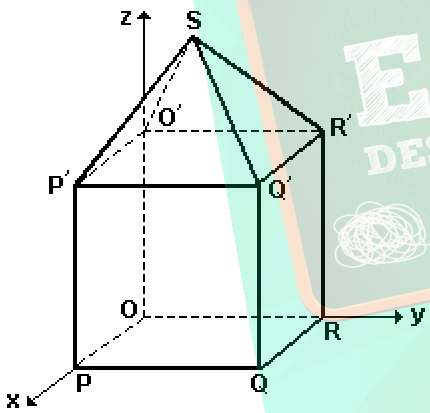
45. (Mackenzie) I) Se a razão entre as áreas totais de dois cubos é 4/9, então a razão entre seus volumes é 8/27.
II) Se todas as arestas de uma pirâmide triangular regular medem Ë6, então a altura da pirâmide mede 2.
III) Se a geratriz de um cone é o dobro do raio da base, então a área lateral do cone é igual a quatro vezes a área da base.

Das afirmações acima, apenas:
a) I é verdadeira.
b) I e II são verdadeiras.
c) II é verdadeira.
d) II e III são verdadeiras.
e) III é verdadeira.

46. (Ufu) Considere um cubo cuja aresta tem comprimento igual 1cm. Sejam A, B, C, D os centros de suas faces laterais e E, o centro de sua base, determine o volume da pirâmide de vértice E, cuja base é o quadrilátero ABCD.
Obs. Considere que o centro de uma face é o ponto de intersecção determinado pelas diagonais dessa face.

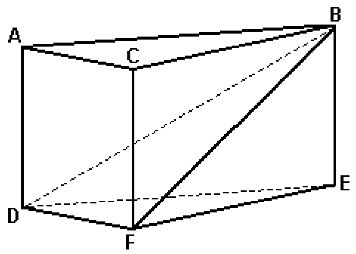
a) 2/3 cm¤
b) 1/12 cm¤
c) 1/3 cm¤
d) Ë3/6 cm¤
e) Ë3/3 cm¤

47. (Ufrj) O sólido representado na figura é formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular cuja base coincide com a face superior do cubo. O vértice O do cubo é a origem do sistema ortogonal de coordenadas cartesianas Oxyz. Os vértices P, R e O' pertencem respectivamente aos semi-eixos positivos Ox, Oy e Oz. O vértice S tem coordenadas (2,2,8).



Considere o plano z = k que divide o sólido em duas partes de volumes iguais. Determine o valor de k.

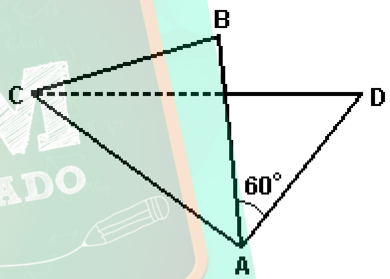
48. (Ufmg) Observe a figura.



Essa figura representa um prisma reto de base triangular. O plano que contém os vértices B, D e F divide esse prisma em dois sólidos: DACFB, de volume V, e DEFB, de volume V, .
Assim sendo, a razão V/V, é

a) 1
b) 3/2
c) 2
d) 5/2

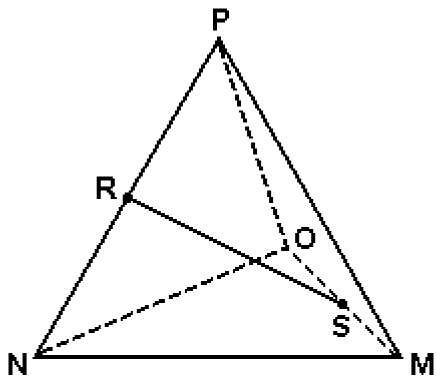
49. (Ufpr) Considere que uma folha de papel, cujo formato é um quadrado ABCD de 10cm de lado, seja dobrada ao longo da diagonal åè, conforme a figura a seguir. Sabendo-se que após a dobra a medida do ângulo entre os segmentos åæ e åî é de 60°, é correto afirmar:



(01) O triângulo ACD é eqüilátero.
(02) A distância de B a D é igual a 10cm.
(04) A distância de B ao plano determinado por A, C e D é maior do que 10cm.
(08) O tetraedro de vértices A, B, C e D tem área total menor que 200cm£.
(16) O volume da pirâmide de base ACD e vértice B é igual a um terço do volume de um cubo de 10cm de aresta.

Soma (   )

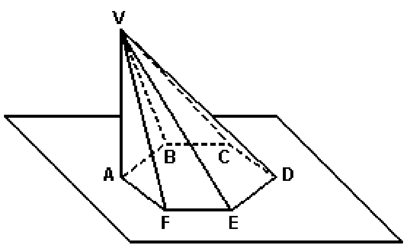
50. (Uff) No tetraedro regular representado na figura, R e S são, respectivamente, os pontos médios de NP e OM.



A razão RS/MN é igual a:
a) Ë3
b) Ë3/2
c) Ë2
d) Ë2/2
e) 3 Ë2

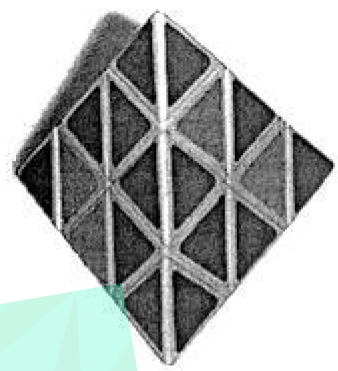
51. (Unirio) Um engenheiro está construindo um obelisco de forma piramidal regular, onde cada aresta da base quadrangular mede 4m e cada aresta lateral mede 6m. A inclinação entre cada face lateral e a base do obelisco é um ângulo ‘ tal que:
a) 60° < ‘ < 90°
b) 45° < ‘ < 60°
c) 30° < ‘ < 45°
d) 15° < ‘ < 30°
e) 0° < ‘ < 15°

52. (Uff) O hexágono regular ABCDEF é base da pirâmide VABCDEF, conforme a figura.



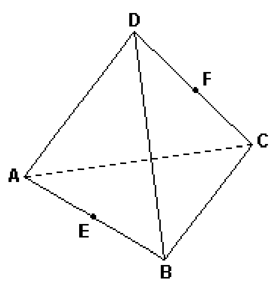
A aresta VA é perpendicular ao plano da base e tem a mesma medida do segmento AD.
O seguimento AB mede 6cm.
Determine o volume da pirâmide VACD.

53. (Uerj) A figura abaixo representa o brinquedo Piramix.



Ele tem a forma de um tetraedro regular, com cada face dividida em 9 triângulos eqüiláteros congruentes. Se, a partir de cada vértice, for retirada uma pirâmide regular cuja aresta é 1/3 da aresta do brinquedo, restará um novo sólido.
A razão entre as superfícies totais desse sólido e do Piramix equivale a:
a) 4/9
b) 5/9
c) 7/9
d) 8/9

54. (Fuvest) Na figura abaixo, ABCD é um tetraedro regular de lado a. Sejam E e F os pontos médios de åæ e èî, respectivamente. Então, o valor de EF é:
a) a/2
b) (aË2)/2
c) (aË2)/4
d) (aË3)/2
e) (aË3)/4



55. (Ita) A razão entre a área da base de uma pirâmide regular de base quadrada e a área de uma das faces é 2. Sabendo que o volume da pirâmide é de 12m¤, temos que a altura da pirâmide mede (em metros):

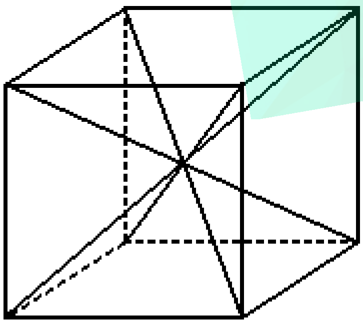
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

56. (Ufc) Em um tetraedro regular VABC, seja M o ponto médio da aresta BC; seja ‘ o ângulo cujo vértice é M e cujos lados são os segmentos da reta MA e MV. Então cos ‘ é igual a:

a) 1/3
b) 1/2
c) 3/4
d) 5/6
e) 7/8

57. (Ufpe) Na figura abaixo o cubo de aresta medindo 6 está dividido em pirâmides congruentes de bases quadradas e com vértices no centro do cubo. Qual o volume de cada pirâmide?

a) 36
b) 48
c) 54
d) 64
e) 72

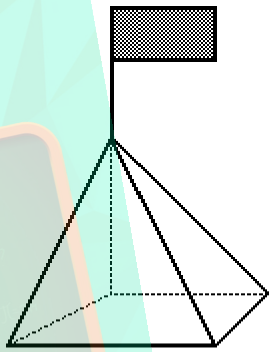


58. (Unicamp) A base de uma pirâmide é um triângulo eqüilátero de lado L=6cm e arestas laterais das faces A=4cm.

a) Calcule a altura da pirâmide.

b) Qual é o raio da esfera circunscrita à pirâmide?

59. (Unesp) O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, o volume de concreto (em m¤) necessário para a construção da pirâmide será

a) 36.
b) 27.
c) 18.
d) 12.
e) 4.

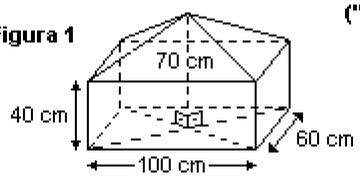
60. (Ita) Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja 1/8 do volume da pirâmide original?

a) 2 m.
b) 4 m.
c) 5 m.
d) 6 m.
e) 8 m.

61. (Uerj) Leia os quadrinhos:

("O Globo", março 2000)

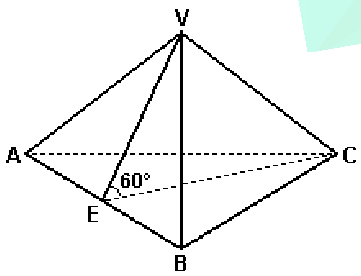
Figura 1



Suponha que o volume de terra acumulada no carrinho-de-mão do personagem seja igual ao do sólido esquematizado na figura 1, formado por uma pirâmide reta sobreposta a um paralelepípedo retângulo.
Assim, o volume médio de terra que Hagar acumulou em cada ano de trabalho é, em dm¤, igual a:

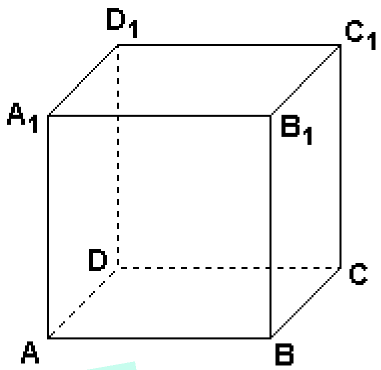
a) 12
b) 13
c) 14
d) 15

62. (Fuvest) A figura adiante representa uma pirâmide de base triangular ABC e vértice V. Sabe-se que ABC e ABV são triângulos eqüiláteros de lado Ø e que E é o ponto médio do segmento åæ. Se a medida do ângulo VÊC é 60°, então o volume da pirâmide é:



a) (Ë3 Ø¤)/4
b) (Ë3 Ø¤)/8
c) (Ë3 Ø¤)/12
d) (Ë3 Ø¤)/16
e) (Ë3 Ø¤)/18

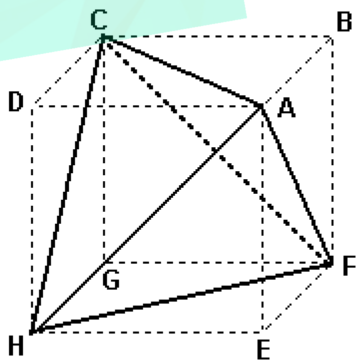
63. (Unicamp) O sólido da figura a seguir é um cubo cuja aresta mede 2cm.



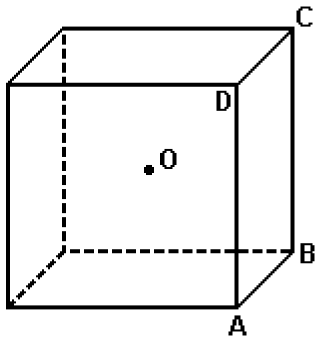
a) Calcule o volume da pirâmide ABCD•.

b) Calcule a distância do vértice A ao plano que passa pelos pontos B, C e D•.

64. (Ufscar) Na figura, os pontos ACFH são os vértices de um
tetraedro inscrito em cubo de lado 3. O volume do tetraedro é
a) 27/8.
b) (9Ë39)/8.
c) 9.
d) (27Ë13)/8.
e) 18.



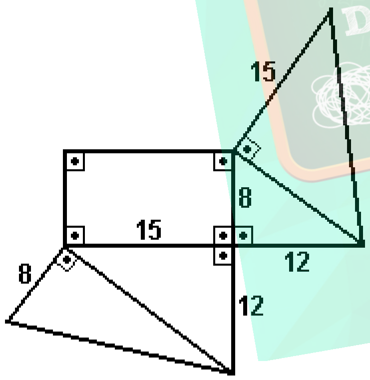
65. (Ufrs) Na figura, O é o centro do cubo.



Se o volume do cubo é 1, o volume da pirâmide de base ABCD e vértice O é

a) 1/2.
b) 1/3.
c) 1/4.
d) 1/6.
e) 1/8.

66. (Ufrs) A figura abaixo representa a planificação de um sólido.



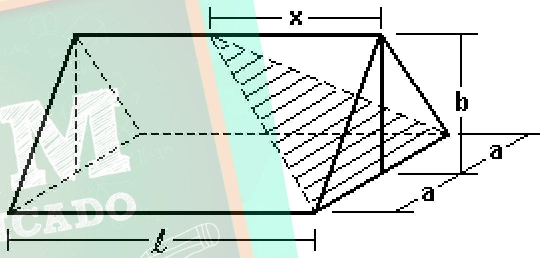
O volume desse sólido, de acordo com as medidas indicadas, é

a) 180.
b) 360.
c) 480.
d) 720.
e) 1440.

67. (Ufes) Um grupo de esotéricos deseja construir um reservatório de água na forma de uma pirâmide de base quadrada. Se o lado da base deve ser 4/5 da altura e o reservatório deve ter capacidade para 720m¤, qual deverá ser a medida aproximada do lado da base?

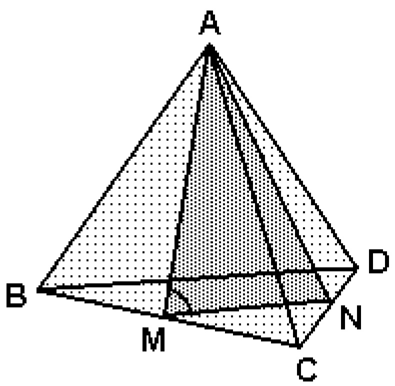
a) 8,7 m
b) 12,0 m
c) 13,9 m
d) 15,0 m
e) 16,0 m

68. (Ufes) A cobertura de um galpão tem duas águas (faces) iguais de mesma declividade; o vão mede 2a metros e a flecha mede b metros, tal como mostra a figura.



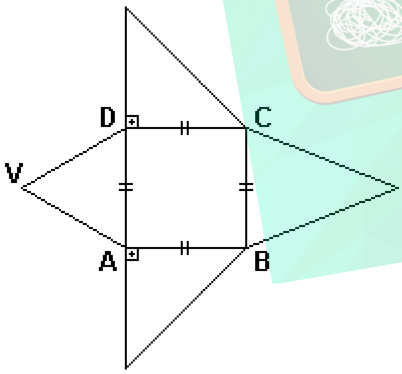
Projeta-se reformar o telhado, criando uma terceira água (triângulo hachurado). O material será reutilizado; não se quer comprar novas telhas. Nessas condições, estima-se que haverá uma perda de 20% de telhas, devido a quebras e recortes necessários ao acabamento. Chamando de x o comprimento do trecho a ser eliminado na cumeeira, ache os valores possíveis de x e discuta os valores de a, b e do comprimento ∅, para que a reforma proposta possa ser executada.

69. (Ufrs) O tetraedro regular ABCD está representado na figura abaixo. M é o ponto médio da aresta æè e N é o ponto médio da aresta èî.



O cosseno do ângulo NMA é
a) 1/6.
b) (Ë3)/6.
c) 1/3.
d) (Ë3)/3.
e) (Ë3)/2.

70. (Ufrs) A figura abaixo representa a planificação de uma pirâmide de base quadrada com AB = 6 cm, sendo ADV triângulo equilátero.



O volume da pirâmide é
a) 12 Ë3.
b) 27 Ë3.
c) 36 Ë3.
d) 72 Ë3.
e) 108 Ë3.

71. (Ufc) Um tetraedro regular tem arestas medindo Ë6 cm. Então a medida de suas alturas é igual a:
a) 1/2 cm
b) 1 cm
c) 3/2 cm
d) 2 cm
e) 5/2 cm

72. (Ufc) Sejam P e P, dois pontos quaisquer interiores a um tetraedro regular. Sejam d•, a soma das distâncias de P• às faces do tetraedro regular, e d, , a soma das distâncias de P, às faces do tetraedro regular. Mostre que d = d, .

73. (Ufsm) Uma pirâmide tem altura H. A que distância do vértice deve-se passar um plano paralelo à base, para dividi-la em duas partes de mesmo volume?

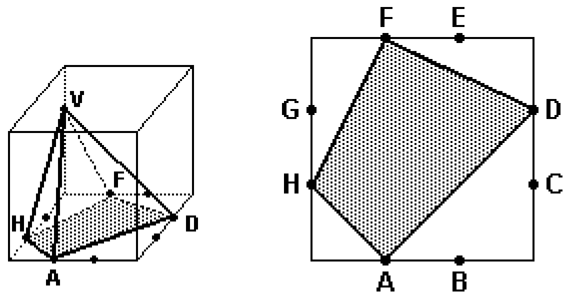
a) H/¤Ë2
b) ¤ËH/2
c) 3ËH
d) H/3
e) H/2

74. (Ufsc) Em uma pirâmide quadrangular regular a aresta lateral mede 5cm e a altura mede 4cm. O volume, em cm¤, é:

75. (Ita) Quatro esferas de mesmo raio R > 0 são tangentes externamente duas a duas, de forma que seus centros formam um tetraedro regular com arestas de comprimento 2 R. Determine, em função de R, a expressão do volume do tetraedro circunscrito às quatro esferas.

76. (Fuvest) Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8m e a altura da pirâmide 3m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem 1m£. Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:
a) 90
b) 100
c) 110
d) 120
e) 130

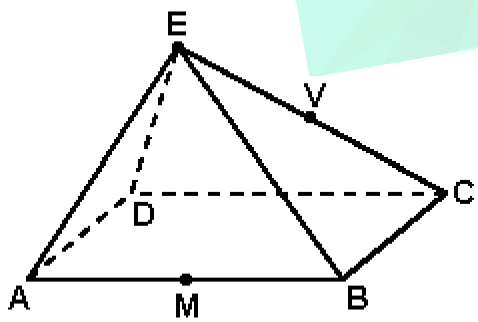
77. (Ufes) Os pontos A, B, C, D, E, F, G, H dividem, respectivamente, cada uma das arestas da base de um cubo em três partes iguais, conforme as figuras a seguir. Um ponto está sobre uma aresta do cubo e a uma distância da base igual a 2/3 da aresta.



A razão entre o volume do cubo e o volume da pirâmide de vértice V e base ADFH é

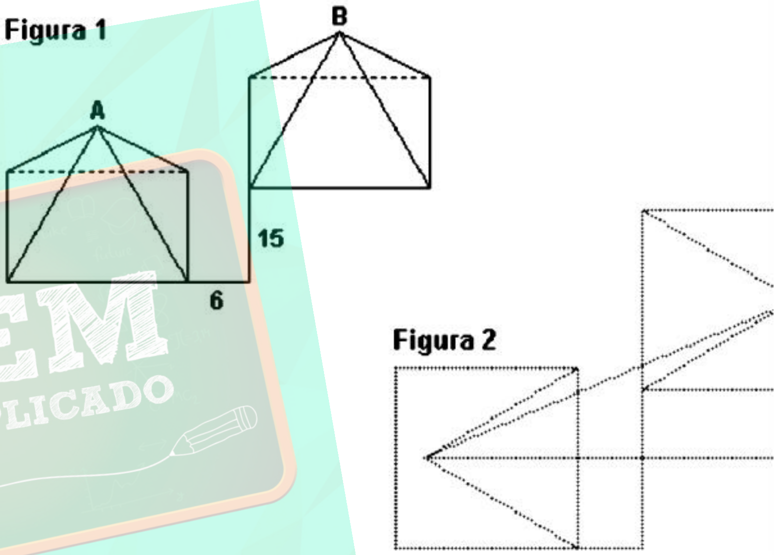
a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

78. (Fuvest) A pirâmide de base retangular ABCD e vértice E representada na figura tem volume 4. Se M é o ponto médio da aresta AB e V é o ponto médio da aresta EC, então o volume da pirâmide de base AMCD e vértice V é:



a) 1
b) 1,5
c) 2
d) 2,5
e) 3

79. (Ufpe) As duas pirâmides ilustradas abaixo (figura 1) têm base quadrada e faces laterais formadas por triângulos eqüiláteros de lado 10Ë3. As bases das pirâmides estão no mesmo plano, têm pares de lados opostos paralelos e distâncias indicadas na figura. Qual a menor distância a ser percorrida para se ir do vértice A de uma das pirâmides ao vértice B da outra, caminhando ou sobre a superfície das pirâmides ou pelo plano?
Sugestão: Planifique as faces a serem percorridas para se obter a menor distância como a seguir (figura 2).

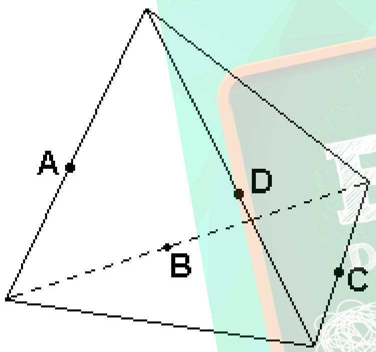


80. (Ita) Considere um cilindro circular reto, de volume igual a 360™cm¤, e uma pirâmide regular cuja base hexagonal está inscrita na base do cilindro. Sabendo que a altura da pirâmide é o dobro da altura do cilindro e que a área da base da pirâmide é de 54Ë3 cm£, então, a área lateral da pirâmide mede, em cm£,

a) 18 Ë427
b) 27 Ë427
c) 36 Ë427
d) 108 Ë3
e) 45 Ë427

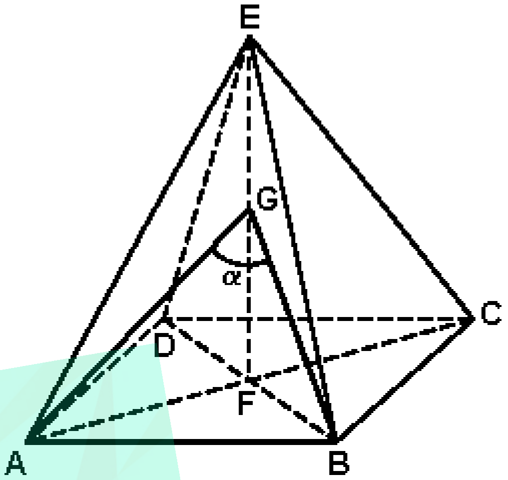
81. (Ufes) O comprimento do lado da base de uma pirâmide regular de base quadrada é igual ao raio de um cilindro circular reto. A interseção da pirâmide com o plano passando pelo seu vértice e por uma diagonal de sua base tem a mesma área que a interseção do cilindro com um plano passando pelo seu eixo.
A razão Vc/Vp entre os volumes Vc do cilindro e Vp da pirâmide é
a) [(Ë2)/4]™
b) [3(Ë2)/8]™
c) [(Ë2)/2]™
d) [3(Ë2)/4]™
e) [3(Ë2)/2]™

82. (Ufrs) Na figura abaixo, os vértices do quadrilátero ABCD são pontos médios de quatro das seis arestas do tetraedro regular.



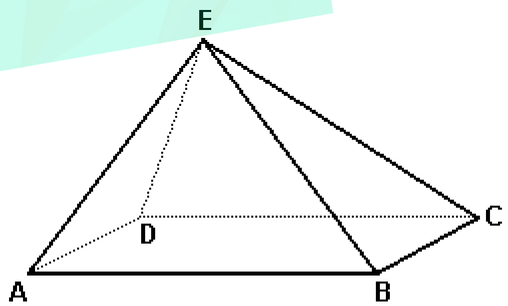
Se a aresta desse tetraedro mede 10, então a área do quadrilátero ABCD é
a) 25.
b) 25Ë3.
c) 75.
d) 50Ë3.
e) 100.

83. (Fuvest) A figura a seguir mostra uma pirâmide reta de base quadrangular ABCD de lado 1 e altura EF = 1. Sendo G o ponto médio da altura EF e ‘ a medida do ângulo AGB, então cos ‘ vale



a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/5
e) 1/6

84. (Fuvest) A base ABCD da pirâmide ABCDE é um retângulo de lados AB = 4 e BC = 3.
As áreas dos triângulos ABE e CDE são, respectivamente, 4Ë10 e 2Ë37 . Calcule o volume da pirâmide.



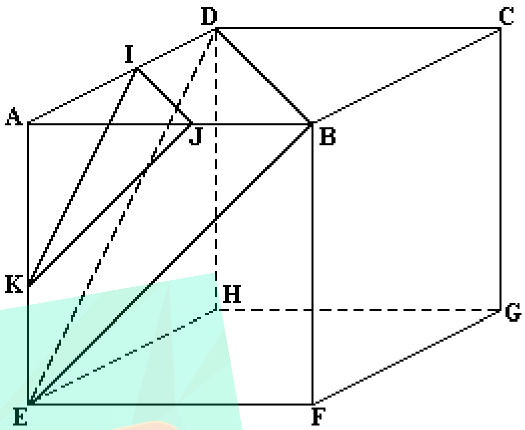
85. (Ita) Em relação a um sistema de eixos cartesiano ortogonal no plano, três vértices de um tetraedro regular são dados por A = (0; 0), B = (2, 2) e C = (1 - Ë3, 1 + Ë3). O volume do tetraedro é
a) 8/3.
b) 3.
c) (3Ë3)/2.
d) (5Ë3)/2.
e) 8.

86. (Pucpr) Dadas três retas paralelas não situadas no mesmo plano, toma-se sobre uma delas um comprimento AB dado e, arbitrariamente, um ponto C sobre a segunda reta e um ponto D sobre a terceira reta.
A respeito do volume da pirâmide triangular ABCD, podemos afirmar que é diretamente proporcional a:
a) AD
b) AC
c) AB
d) BC
e) BD

87. (Uff) A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada, com 137 m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isósceles cuja altura relativa à base mede 179 m.
A área da base dessa pirâmide, em m£, é:
a) 13.272
b) 26.544
c) 39.816
d) 53.088
e) 79.432

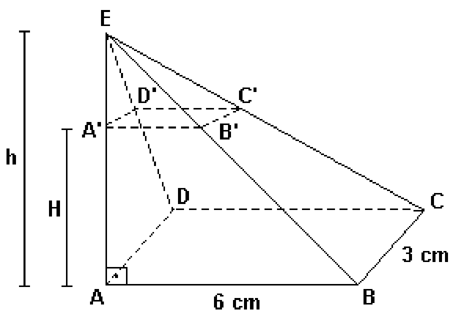
88. (Ufc) Um cone circular reto e uma pirâmide de base quadrada têm a mesma altura e o mesmo volume. Se r é a medida do raio da base do cone, e b é a medida do lado da base da pirâmide, então o quociente b/r é igual a:
a) 1/3
b) 1
c) Ë™
d) ™
e) 2™

89. (Unesp) Secciona-se o cubo ABCDEFGH, cuja aresta mede 1m, pelo plano BDE, passando por vértices do cubo e pelo plano IJK, passando por pontos médios de lados do cubo, como na figura a seguir. Calcule o volume do tronco de pirâmide IJKDBE, assim formado.



90. (Ufmg) Uma pirâmide regular tem altura 6 e lado da base quadrada igual a 4. Ela deve ser cortada por um plano paralelo à base, a uma distância d dessa base, de forma a determinar dois sólidos de mesmo volume. A distância d deve ser:
a) 6 - 3 ¤Ë2
b) 3 - (3 ¤Ë4/2)
c) 6 - 3 ¤Ë4
d) 6 - 2 ¤Ë2

91. (Unesp) A figura representa uma pirâmide com vértice num ponto E. A base é um retângulo ABCD e a face EAB é um triângulo retângulo com o ângulo reto no vértice A. A pirâmide apresenta-se cortada por um plano paralelo à base, na altura H. Esse plano divide a pirâmide em dois sólidos: uma pirâmide EA'B'C'D' e um tronco de pirâmide de altura H.



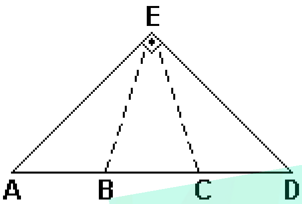
Sabendo-se que H=4cm, AB=6cm, BC=3cm e a altura h=AE=6cm, determine:

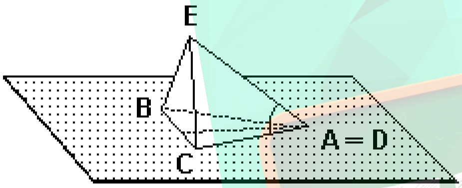
a) o volume da pirâmide EA'B'C'D';

b) o volume do tronco de pirâmide.

92. (Uerj) A figura 1 representa uma chapa de metal com a forma de um triângulo retângulo isósceles em que AB=BC=CD=2m.

Dobrando-a nas linhas BE e CE, constrói-se um objeto que tem a forma de uma pirâmide.





Desprezando a espessura da chapa, calcule o cosseno do ângulo formado pela aresta AE e o plano ABC.

GABARITO

1. [B]

2. 02 + 04 + 16 = 22

3. 5(Ë2)Ø¤/12

4. [C]

5. [E]

6. [B]

7. a) aË2
b) (a£Ë6)/2
c) a¤/3

8. V = Ø¤/6

9. [A]

10. 8a¤ Ë3

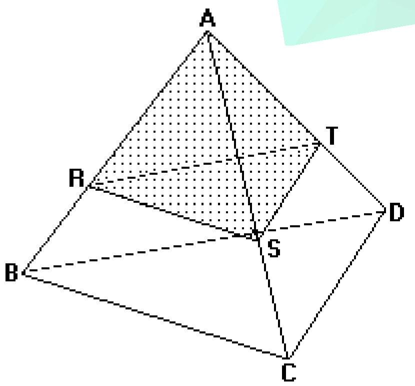
11. [E]

12. 2

13. [C]

14. a) 3Ë6 cm

b) Observe a figura a seguir:



Os planos das faces BCD e RST são paralelos e os segmentos RS e BC são coplanares, então o segmento RS // BC; da mesma forma o segmento ST // CD e RT // BD. Assim, ÐARS ~ ÐABC, ÐAST ~ ÐACD e ÐART ~ ÐABD.

c) (9 - Ë6) cm

15. [E]

16. H = aË6/3
sen ‘ = 2Ë2/3

17. [B]

18. [E]

19. [A]

20. 81 cm¤

21. [B]

22. [B]

23. [C]

24. [D]

25. [B]

26. [B]

27. [C]

28. [E]

29. O volume do tetraedro APDQ é igual a Ë3.

30. [B]

31. [D]

32. [E]

33. [3/16 (8 - h)¤ + 36h - 96] m¤

34. [D]

35. [E]

36. [D]

37. [A]

38. a) 3 Ë2 cm
b) Ë6/2 cm

39. [A]

40. [D]

41. [A]

42. 1/6 m¤

43. [C]

44. [C]

45. [B]

46. [B]

47. k = 8/3

48. [C]

49. 02 + 08 = 10

50. [D]

51. [A]

52. Volume = 72Ë3 cm¤

53. [C]

54. [B]

55. [C]

56. [A]

57. [A]

58. a) 2 cm

b) 4 cm

59. [D]

60. [C]

61. [D]

62. [D]

63. a) 4/3 cm¤

b) Ë2 cm

64. [C]

65. [D]

66. [C]

67. [B]

68. x = a.b/Ë(0,64 b£ - 0,36 a£), tal que
0 < x < Ø e b > 3a/4.

69. [B]

70. [C]

71. [D]

72. Seja ABCD um tetraedro regular. Seja P um ponto qualquer interior a esse tetraedro. Considere as pirâmides ABCP, ABDP, BCDP e ACDP. A soma dos volumes dessas quatro pirâmides é obviamente igual ao volume do tetraedro. Sejam h, h‚, hƒ e h„, respectivamente, as alturas dessas pirâmides e h, a altura do tetraedro. Temos:

$$\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot h_1+\frac{1}{3}S_{ABD}\cdot h_2+\frac{1}{3}S_{BCD}\cdot h_3+\frac{1}{3}S_{ACD}\cdot h_4=\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot h$$

Como o tetraedro é regular, os triângulos ABC, ABD, BCD e ACD são todos congruentes. Logo

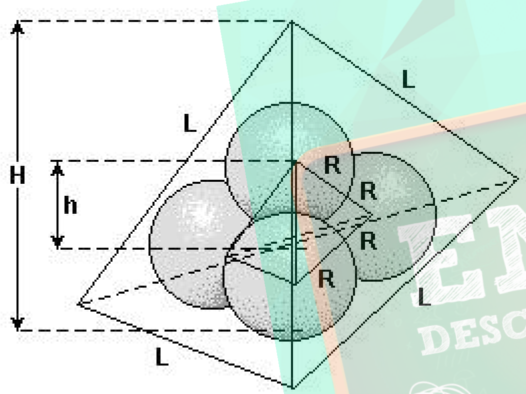
h + h‚ + hƒ + h„ = h

Como h, h‚ , hƒ e h„ são as distâncias de P às quatro faces do tetraedro, provamos que independente da posição de P essa soma é constante e igual à altura do tetraedro.

73. [A]

74. 24

75.



Sendo h a altura do tetraedro regular t cujos vértices são os centros das quatro esferas, H a altura do tetraedro regular T circunscrito a elas, L a medida de cada aresta de T e V o volume do tetraedro T, têm-se:
1°) h = (2RË6)/3

2°) H/4 = h/4 + R Ì H = h + 4R
Assim: H = (2RË6)/3 + 4R Ì H = [2R (Ë6 + 6)]/3

3°) H = (LË6)/3
Assim: [2R (Ë6 + 6)]/3 = (LË6)/3 Ì L = 2R (1 + Ë6)

4°) V = (L¤Ë2)/12 = [2R (1 + Ë6)]¤ . Ë2/12 Ì

V = [2Ë2 (1 + Ë6)¤ R¤/3]

76. [A]

77. [A]

78. [B]

79. 39 unidades de comprimento

80. [A]

81. [D]

82. [A]

83. [B]

84. 24 u.v.

85. [A]

86. [C]

87. [D]

88. [C]

89. 7/48 m¤

90. [C]

91. a) 4/3 cm¤
b) 104/3 cm¤

92. (Ë6)/3