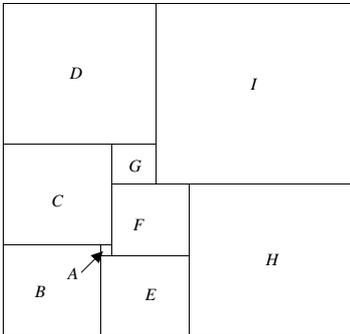


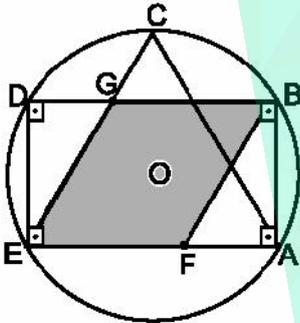
Quadriláteros

1) (OBM)

O retângulo ao lado está dividido em 9 quadrados, A, B, C, D, E, F, G, H e I . O quadrado A tem lado 1 e o quadrado B tem lado 9. Qual é o lado do quadrado I ?



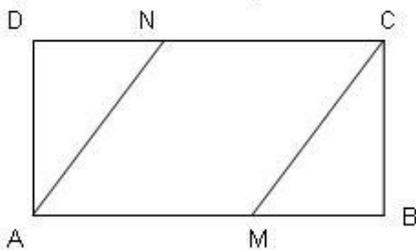
2) (UFSCar) A figura mostra um círculo de centro O e raio $R = 18$ cm. O segmento AB é o lado de um hexágono regular inscrito e ACE , um triângulo equilátero inscrito.



Nessas condições, a área do paralelogramo $EFBG$ é

- a) $216\sqrt{3}$ cm²
- b) $180\sqrt{3}$ cm²
- c) $116\sqrt{3}$ cm²
- d) $120\sqrt{3}$ cm²
- e) $108\sqrt{3}$ cm²

3) (FGV) a) Na figura a seguir, $ABCD$ é um retângulo e $AMCN$ é um losango. Determine a medida do segmento NB , sabendo que $AB = 2AD = 20$ cm.



b) Considere dois polinômios, $f(x)$ e $g(x)$, tais que o grau de $f(x)$ é $n + 2$ e o grau de $g(x)$ é $n - 1$. Sejam $q(x)$ e $r(x)$ ($r(x) \neq 0$), respectivamente, o quociente e o resto da divisão de $f(x)$ por $g(x)$. O que se pode afirmar a respeito dos graus dos polinômios $q(x)$ e $r(x)$?

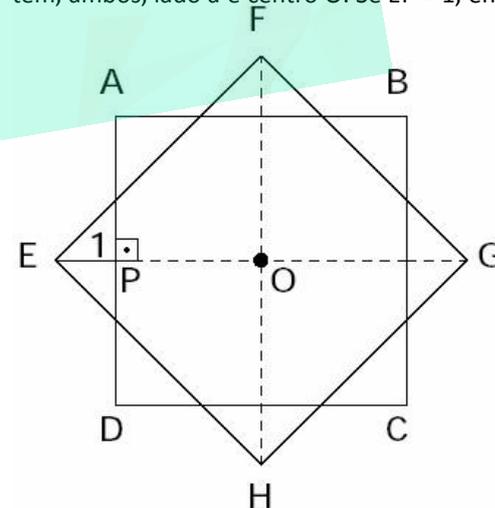
4) Considere o hexágono $ABCDEF$ da figura abaixo. A diagonal AD é paralela aos lados BC e EF do hexágono. Se $AD = 32$, qual é o valor de x ?

- 5) (Unifesp) Em um paralelogramo, as medidas de dois ângulos internos consecutivos estão na razão $1 : 3$. O ângulo menor desse paralelogramo mede
- a) 45° .
 - b) 50° .
 - c) 55° .
 - d) 60° .
 - e) 65° .

6) (UEL) Embora o desenho abaixo pareça representar uma figura em três dimensões, ele foi feito no plano, usando-se apenas losangos congruentes entre si. Os ângulos internos desses losangos medem:

- a) 30° e 150°
- b) 36° e 72°
- c) 36° e 144°
- d) 45° e 135°
- e) 60° e 120°

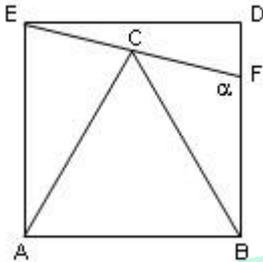
7) (Fuvest) Na figura abaixo, os quadrados $ABCD$ e $EFGH$ têm, ambos, lado a e centro O . Se $EP = 1$, então a é:



- a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

- b) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) 2
- e) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$

8) Na figura, ABC é um triângulo equilátero, ABDE é um quadrado e o ponto C pertence ao segmento EF. Qual o valor α do ângulo CFB ?

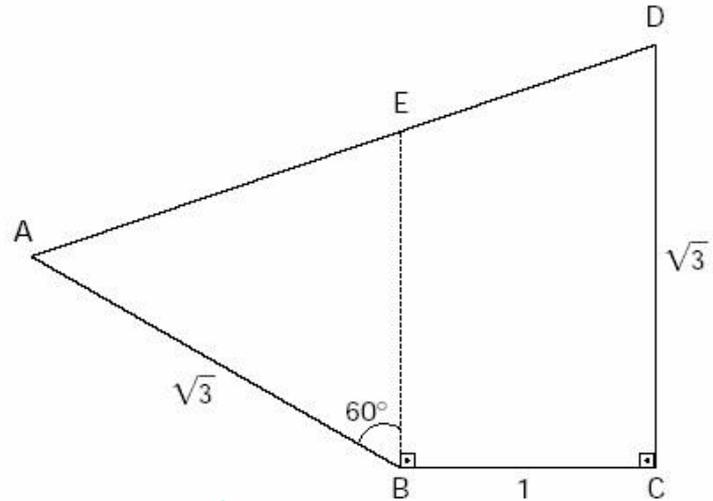


9) (UFPE) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

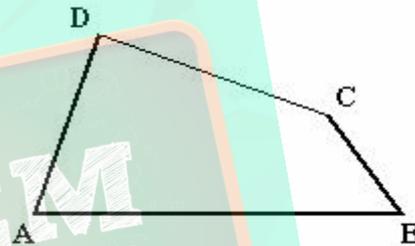
Analise as seguintes afirmações:

- () Dois triângulos equiláteros quaisquer são semelhantes.
- () Dois triângulos retângulos são semelhantes se os catetos de um são proporcionais aos catetos do outro.
- () Num triângulo qualquer, cada lado é maior que a soma dos outros dois.
- () Se as diagonais de um quadrilátero se interceptam no seus pontos médios, então esse quadrilátero é um retângulo.
- () Se pelo ponto médio do lado AB de um triângulo ABC traçarmos uma reta paralela ao lado BC, então esta reta interceptará o lado AC no seu ponto médio.

10) (Fuvest) No quadrilátero ABCD da figura abaixo, E é um ponto sobre o lado AD tal que o ângulo ABE mede 60° e os ângulos EBC e BCD são retos. Sabe-se ainda que $AB = CD = \sqrt{3}$ e $BC = 1$. Determine a medida de AD.

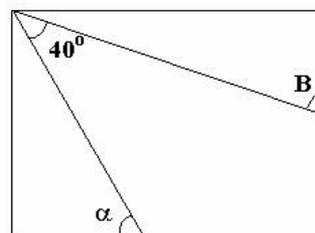


11) (Fuvest) No quadrilátero ABCD, temos $AD = BC = 2$ e o prolongamento desses lados forma um ângulo de 60° .



- a) Indicando por \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} e \hat{D} , respectivamente, as medidas dos ângulos internos do quadrilátero de vértices A, B, C e D, calcule $\hat{A} + \hat{B}$ e $\hat{C} + \hat{D}$
- b) Sejam J o ponto médio de DC, M o ponto médio de AC e N o ponto médio de BD. Calcule JM e JN.
- c) Calcule a medida do ângulo MJN.

12) (Fuvest) No retângulo a seguir, o valor, em graus, de $\alpha + \beta$ é:



- a) 50
- b) 90
- c) 120
- d) 130
- e) 220

13) Num heptágono, seus ângulos internos medem x , $2x$, $3x$, $4x$, ... e assim por diante até o último (e maior) ângulo.

- Quanto mede esse maior ângulo?
- Este heptágono é um polígono côncavo ou convexo? Justifique.

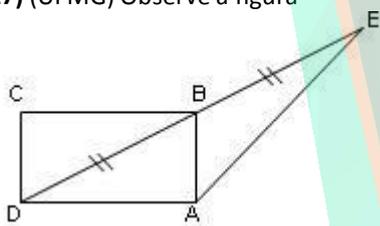
14) O perímetro de um losango é 80cm. Se uma de suas diagonais é o triplo da outra, qual a medida da diagonal maior?

15) (Unicamp) O quadrilátero formado unindo-se os pontos médios dos lados de um quadrado é também um quadrado.

- Faça uma figura e justifique a afirmação acima.
- Supondo que a área do quadrado menor seja de 72 cm^2 , calcule o comprimento do lado do quadrado maior.

16) (OBM) O trapézio $ABCD$ tem bases AB e CD . O lado DA mede x e o lado BC mede $2x$. A soma dos ângulos \hat{DAB} e \hat{ABC} é 120° . Determine o ângulo \hat{DAB} .

17) (UFMG) Observe a figura



Nessa figura, B é o ponto médio do segmento DE e ABCD é um retângulo de lados $DC = 1$ e $AD = 2$. Calcule a medida do segmento AE.

18) Obtenha o perímetro de um losango cujas diagonais meçam 2cm e 4 cm.

19) (PUC-RJ) Os ângulos internos de um quadrilátero medem $3x - 45$, $2x + 10$, $2x + 15$ e $x + 20$ graus. O menor ângulo mede:

- 90°
- 65°
- 45°
- 105°
- 80°

20) (Seleção para Olimpíada do Cone Sul) Prove que as distâncias entre um ponto sobre uma circunferência e os

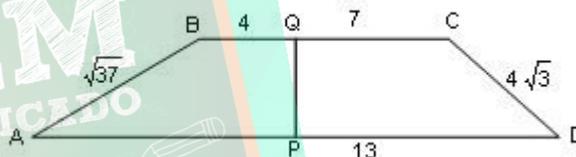
quatro vértices de um quadrado nesta inscrita não podem ser todos números racionais.

21) Qual é o menor número de quadriláteros que precisam ser desenhados para que se tenha 2 quadrados, 3 losangos, 2 retângulos, 4 paralelogramos e 4 trapézios? Faça esses desenhos.

22) (UFC) Um paralelogramo tem dois lados consecutivos medindo 3cm e 4cm. Sabendo-se que esses lados formam um ângulo de 120° , então, o produto dos valores numéricos das medidas das diagonais do paralelogramo é igual a:

- $\sqrt{407}$
- $\sqrt{444}$
- $\sqrt{481}$
- $\sqrt{518}$
- $\sqrt{581}$

23) Um trapézio ABCD foi montado a partir de 2 trapézios retângulos, ABQP e QCDP, como mostra a figura. Obtenha o comprimento do segmento AP, estando todas as medidas em cm.



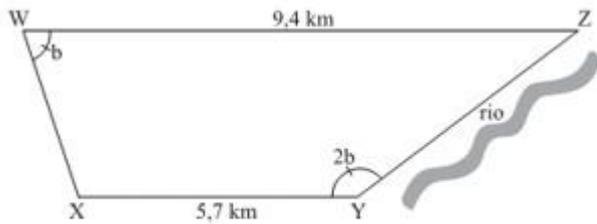
24) (Unicamp) Um trapézio retângulo é um quadrilátero convexo plano que possui dois ângulos retos, um ângulo agudo α e um ângulo obtuso β . Suponha que, em um tal trapézio, a medida de β seja igual a cinco vezes a medida de α .

- Calcule a medida de α , em graus.
- Mostre que o ângulo formado pelas bissetrizes de α e β é reto.

25) (Fuvest) Um trapézio retângulo tem bases 5 e 2 e altura 4. O perímetro desse trapézio é:

- 13
- 14
- 15
- 16
- 17

26) (VUNESP) Uma certa propriedade rural tem o formato de um trapézio como na figura. As bases WZ e XY do trapézio medem 9,4 km e 5,7 km, respectivamente, e o lado YZ margeia um rio.



(figura fora de escala)

Se o ângulo XYZ é o dobro do ângulo XWZ, a medida, em km, do lado YZ que fica à margem do rio é:

- a) 7,5.
- b) 5,7.
- c) 4,7.
- d) 4,3.
- e) 3,7.

27) Veja as 3 primeiras alternativas desta questão que caiu no vestibular para a U.F.MG, em 1992:

Sobre figuras planas, é correto afirmar-se que:

a) Um quadrilátero é um retângulo se os lados opostos têm comprimentos iguais.

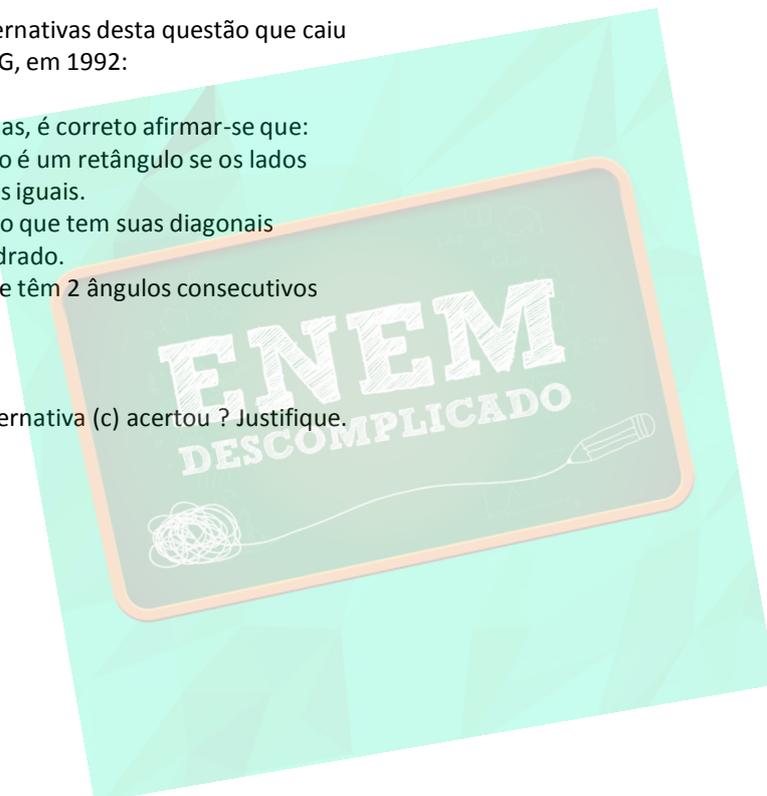
b) Um quadrilátero que tem suas diagonais perpendiculares é um quadrado.

c) Um trapézio que têm 2 ângulos consecutivos congruentes é isósceles.

d)

e)

Um aluno que marcou alternativa (c) acertou ? Justifique.



Gabarito

1) O quadrado A medido de lado 1cm enquanto que o quadrado B tem medida de lado 9cm. Daí que as longitudes dos lados dos quadrados restantes são:

$$C = 10\text{cm} \quad G = 4\text{cm}.$$

$$F = 7\text{cm} \quad E = 8\text{cm}.$$

$$D = 14\text{cm} \quad I = 18\text{cm}.$$

2) Alternativa: A

$$\frac{5\sqrt{41}}{2} \text{ cm}$$

3) a) $BN = \frac{5\sqrt{41}}{2}$

b) $gr(q) = 3$ e $0 \leq gr(r) < n - 1$

4) $x = 6 + 8 = 14\text{cm}$

5) Alternativa: A

6) Alternativa: E

7) Alternativa: E

8) $\sphericalangle = 105^\circ$

9) V - V - F - F - V

10) Resposta: $\sqrt{7}$

11) Seja P o ponto de encontro do prolongamento dos lados AD e BC.

Considerando que o ângulo de 60° seja o ângulo interno ao triângulo ABP em P, então temos:

a) $A+B = 120^\circ$ e $C+D = 240^\circ$

b) $JN = JM = 1$

c) $NJM = 60^\circ$

Caso o ângulo de 60° seja o externo ao triângulo ABP em P, então:

a) $A+B = 60^\circ$ e $C+D = 300^\circ$

b) $JN = JM = 1$

c) $NJM = 120^\circ$

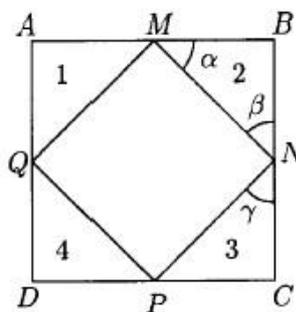
12) Alternativa: D

13) a) 225°

b) é côncavo, pois tem pelo menos um ângulo maior que 180° .

14) Diagonal maior = $6\sqrt{2}$ cm

15) a) Para provar que MNPQ é um quadrado, vamos mostrar que os seus quatro lados têm o mesmo comprimento e os seus ângulos internos são retos.

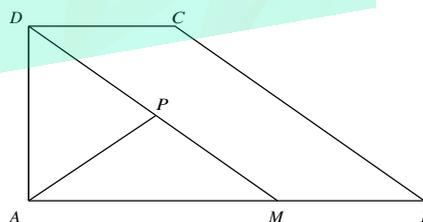


Os triângulos 1, 2, 3 e 4 são retângulos, isósceles e congruentes [dois lados, que são os catetos, e os ângulos compreendidos entre eles, que são retos, iguais]. Logo, as hipotenusas, que são os lados de MNPQ, são iguais.

Os ângulos $\alpha, \beta, \gamma \dots$ medem, cada um deles 45° . Ou seja, $\beta + \gamma = 90^\circ$ de modo que o ângulo N = 90° . Analogamente, os outros 3 ângulos do quadrilátero também medem 90° .

b) $L = 12\text{cm}$.

16) Tracemos $DM \parallel BC$ (vide figura abaixo). Como $\sphericalangle AMD = \sphericalangle ABC$ e $\sphericalangle DAM + \sphericalangle AMD = \sphericalangle DAM + \sphericalangle ABC = 120^\circ$ tem-se que $\sphericalangle ADM = 60^\circ$. Como $AD = x$ e $BC = 2x$, sendo P o ponto médio de DM, então, $AD = DP = x$ e ADP é um triângulo equilátero, isto é, $AP = a$. Portanto APM é um triângulo isósceles com $\sphericalangle PAM = \sphericalangle AMP$ e como $\sphericalangle DPA$ é um ângulo externo do triângulo APM temos $60^\circ = \sphericalangle DPA = \sphericalangle PAM + \sphericalangle AMP = 2 \cdot \sphericalangle AMP = 2 \cdot \sphericalangle ABC$. Portanto, $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ e $\sphericalangle DAB = 120^\circ - \sphericalangle ABC = 90^\circ$.



17) $AE = 2\sqrt{2}$

18) Perímetro = $4\sqrt{5}$ cm

19) Alternativa: B

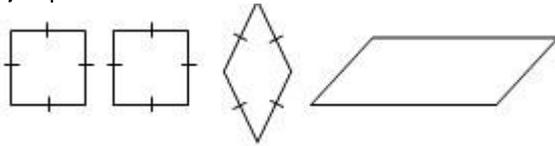
20) No caso do ponto coincidir com um dos vértices, o resultado é trivial. Caso isso não ocorra, suponhamos, sem perda de generalidade que o ponto P esteja entre os vértices C e D do quadrado ABCD inscrito na

circunferência, chamemos ainda, respectivamente, de a, b, c as distâncias de P a A, de P a B e de P a C. Considerando o quadrilátero ABCP, pelo teorema de Ptolomeu temos que $a(BC) + c(AB) = b(AC)$, reescrevendo obtemos:

$$a + c = b \frac{AC}{AB} = b\sqrt{2}$$

Se b fosse racional, a ou c então teriam de ser irracionais.

21) 4 quadriláteros:



22) Alternativa: C

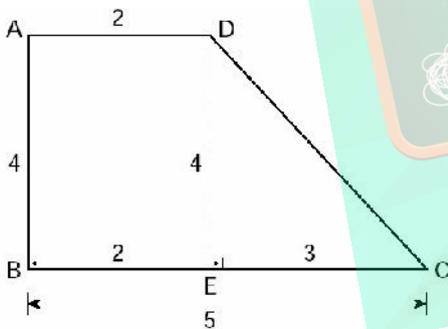
23) AP = 9cm

24) a) $\alpha = 30^\circ$

b) Ao se traçar as duas bissetrizes mencionadas, temos um triângulo formado por $\alpha/2$, $\alpha/2$ e o ângulo x entre as bissetrizes. Como $\alpha + \alpha = 180^\circ$ (já que os outros 2 ângulos do trapézio são retos) então $\alpha/2 + \alpha/2 = 90^\circ$ e $x = 180^\circ - (\alpha/2 + \alpha/2) = 90^\circ$

25) Alternativa: D

Usando Pitágoras temos que CD = 5 portanto o perímetro é $2+4+5+5 = 16$



26) Alternativa: E

27) Não, pois ele pode ser um trapézio retângulo que tem dois ângulos retos consecutivos.