

Exercícios de Matemática Matrizes

1. (Fuvest) a) Dada a matriz A, calcule a sua inversa A^{-1} .

b) A relação especial que você deve ter observado entre A e A^{-1} , seria também encontrada se calculássemos as matrizes inversas de B, C e D. Generalize e demonstre o resultado observado.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. (Ita) Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

- B é sempre inversível.
- se A é simétrica, então B também é simétrica.
- B^{-1} é semelhante a A.
- se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2 .
- $\det(-I-B) = \det(-I-A)$, onde $-$ é um real qualquer.

3. (Ita) Sejam A e B matrizes reais 3×3 . Se $\text{tr}(A)$ denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

- $\text{tr}(A^{-1}) = \text{tr}(A)$
- Se A é inversível, então $\text{tr}(A) = 0$.
- $\text{tr}(A+B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B)$, para todo $B \in \mathbb{R}$.

Temos que:

- todas as afirmações são verdadeiras.
- todas as afirmações são falsas.
- apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- apenas a afirmação (II) é falsa.
- apenas a afirmação (III) é falsa.

4. (Unesp) Determine os valores de x, y e z na igualdade a seguir, envolvendo matrizes reais 2×2 :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y & 0 \\ x & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z-4 & 0 \\ y-z & 0 \end{bmatrix}$$

5. (Fuvest) O determinante da inversa da matriz a seguir é:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ \frac{1}{5} & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

- 52/5
- 48/5
- 5/48
- 5/52
- 5/48

6. (Unesp) Seja $A = [a_{ij}]$ a matriz 2×2 real definida por $a_{ij} = 1$ se $i = j$ e $a_{ij} = -1$ se $i > j$. Calcule $\det A$.

7. (Unesp) Seja $A = [a_{ij}]$ a matriz real 2×2 definida por $a_{ij} = 1$ se $i = j$ e $a_{ij} = -1$ se $i > j$. Calcule A^{-1} .

8. (Ufpr) Considere a matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem 4×4 , cujos elementos são mostrados a seguir. $a_{ij} =$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

- 01) Na matriz A , o elemento a_{ij} é igual ao elemento a_{ji} .
- 02) Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
- 04) O determinante da matriz A é igual a -4 .
- 08) Se a matriz B é $[1 \ -1 \ 1 \ -1]$, então o produto $B \cdot A$ é a matriz $-B$.
- 16) Sendo I a matriz identidade de ordem 4 , a matriz $A+I$ possui todos os elementos iguais a 1 .

9. (Fei) Se as matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ estão assim definidas:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j = 4 \\ 0 & \text{se } i + j \neq 4 \end{cases}$$

onde $1 \leq i, j \leq 3$, então a matriz $A + B$ é:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

10. (Fei) Dadas as matrizes A e B , a matriz de x de 2×2 ordem que é solução da equação matricial $Ax+B=0$, onde 0 representa a matriz nula de ordem 2×2 é:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

11. (Ita) Seja $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e considere a matriz A :

$$A = \begin{bmatrix} \log_a(3a) & \log_{10}(3a)^2 \\ \log_a\left(\frac{1}{a}\right) & -\log_a(a) \\ \log_a(1) & \log_{10}(1) \end{bmatrix}$$

Para que a característica de A seja máxima, o valor de a deve ser tal que:

- a) $a = 10$ e $a = 1/3$
- b) $a = \sqrt{10}$ e $a = 1/3$
- c) $a = 5$ e $a = 10$
- d) $a = 2$ e $a = \sqrt{3}$
- e) $a = 2$ e $a = \sqrt{10}$

12. (Ita) Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere as matrizes reais 2×2 ,

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix} \quad \text{e}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}$$

O produto AB será inversível se e somente se:

- a) $a^2 - 5a + 6 = 0$
- b) $a^2 - 5a = 0$
- c) $a^2 - 3a = 0$
- d) $a^2 - 2a + 1 = 0$
- e) $a^2 - 2a = 0$

13. (Ufpe) Seja M uma matriz 2×2 inversível tal que $\text{Det}M \cdot \phi = 1/96$, onde $M \cdot \phi$ é a matriz inversa de M . Determine o valor de $\text{Det}M$.

14. (Puccamp) Os números reais x , y e z que satisfazem a equação matricial mostradas a seguir, são tais que sua soma é igual a

$$\begin{bmatrix} x-1 & y+2 \\ z & x+y+z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

- a) - 3
- b) - 2
- c) - 1
- d) 2
- e) 3

15. (Uel) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem

2. Se I e 0 são, respectivamente, as matrizes identidade e nula, de ordem 2, é verdade que

- a) $A + B \cdot B + A$
- b) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- c) $A \cdot B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$
- d) $A \cdot B = B \cdot A$
- e) $A \cdot I = I$

16. (Uel) Considere as matrizes M e M^2 representadas a seguir. Conclui-se que o número real a pode ser

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & -a \end{bmatrix} \quad M^2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

- a) $2\sqrt{3}$
- b) $2\sqrt{2}$
- c) 2
- d) $-\sqrt{2}$
- e) $-\sqrt{3}$

17. (Unesp) Considere as matrizes reais 2×2 do tipo

$$A(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$$

- a) Calcule o produto $A(x) \cdot A(x)$.
- b) Determine todos os valores de $x \in [0, 2\pi]$ para os quais $A(x) \cdot A(x) = A(x)$.

18. (Uece) Sejam as matrizes M e M , representadas na figura a seguir e considere a operação entre estas matrizes.

$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 $M_2 = \begin{bmatrix} p & q \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$M_2 \cdot M_1 - M_1 \cdot M_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

Nessas condições $p + q$ é igual a:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8

19. (Mackenzie) Considere as matrizes A e B a seguir.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Se $a \in \mathbb{R}$, então a matriz $A \cdot B$:

- a) é inversível somente se $a = 0$.
- b) é inversível somente se $a = 1$.
- c) é inversível somente se $a = 2$.
- d) é inversível qualquer que seja a .
- e) nunca é inversível, qualquer que seja a .

20. (Fgv) Observe que

se $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, então $A.B$ é a matriz

a) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 26 & 31 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 6 & 26 \\ 7 & 31 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 5 & 21 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$

21. (Uel) Sejam as matrizes A e B, respectivamente, 3×4 e $p \times q$. Se a matriz $A.B$ é 3×5 , então é verdade que

- a) $p = 5$ e $q = 5$
- b) $p = 4$ e $q = 5$
- c) $p = 3$ e $q = 5$
- d) $p = 3$ e $q = 4$
- e) $p = 3$ e $q = 3$

22. (Mackenzie) Sejam as matrizes a seguir

$$\begin{cases} A = (a_{ij})_{4 \times 3}, a_{ij} = i^j \\ B = (b_{ij})_{3 \times 4}, b_{ij} = j^i \end{cases}$$

Se $C = A.B$, então c_{ij} vale:

- a) 3 b) 14
- c) 39 d) 84
- e) 258

23. (Fei) Considere as matrizes A e B.

$$A = \begin{bmatrix} a & 2a \\ 0 & 2a \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2b & -2b \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

Se a inversa da matriz A é a matriz B então:

- a) $a = 0$ ou $b = 0$
- b) $ab = 1$
- c) $ab = 1/2$
- d) $a = 0$ e $b = 0$
- e) $a + b = 1/2$

24. (Uff) Toda matriz de ordem 2×2 , que é igual a sua transposta, possui:

- a) pelo menos dois elementos iguais.
- b) os elementos da diagonal principal iguais a zero.
- c) determinante nulo.
- d) linhas proporcionais.
- e) todos os elementos iguais a zero.

25. (Fgv) Nas sentenças a seguir classificá-las em: verdadeiras (V) ou falsas (F). No caso de você classificar uma sentença como falsa, justifique sua resposta.

- a) Se A, B e C são matrizes de ordem 2 e $AB=AC$, então $B=C$.
- b) Uma matriz identidade admite como matriz inversa ela própria.
- c) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2, então $\det(3A)=3\det(A)$.
- d) As equações a seguir formam um sistema linear possível e determinado:

$$\begin{aligned} x + y - 2z &= 1 \text{ e} \\ 3x - y - z &= 0 \end{aligned}$$

26. (Uece) Sejam as matrizes

$$M = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & q \\ n & \sqrt{3} \end{bmatrix} \text{ e } P = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Se $M \cdot M^t = P$,

sendo M^t a matriz transposta de M , então $nq + n \cdot q$ é igual a:

- a) 6
- b) 9
- c) 12
- d) 18

27. (Unirio) Considere as matrizes A, B e C na figura adiante:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

A adição da transposta de A com o produto de B por C é:

- a) impossível de se efetuar, pois não existe o produto de B por C.
- b) impossível de se efetuar, pois as matrizes são todas de tipos diferentes.
- c) impossível de se efetuar, pois não existe a soma da transposta de A com o produto de B por C.
- d) possível de se efetuar e o seu resultado é do tipo 2×3 .
- e) possível de se efetuar e o seu resultado é do tipo 3×2 .

28. (Ita) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz M inversível tal que:

$$A = M \cdot B \cdot M.$$

Então:

- a) $\det(-A) = \det B$
- b) $\det A = -\det B$
- c) $\det(2A) = 2 \det B$
- d) Se $\det B \neq 0$ então $\det(-AB) < 0$
- e) $\det(A - I) = -\det(1 - B)$

29. (Ita) Sejam as matrizes reais de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^t$ é igual a:

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^t$ é igual a:

- a) $a + 1$
- b) $4(a + 1)$
- c) $1/4 (5 + 2a + af)$
- d) $1/4 (1 + 2a + af)$
- e) $1/2 (5 + 2a + af)$

30. (Uel) Sobre as sentenças:

- I. O produto de matrizes $A^{f \times 0}$, $B^{0 \times 1}$ é uma matriz 3×1 .
- II. O produto de matrizes $A^{m \times 0}$, $B^{0 \times n}$ é uma matriz 4×2 .
- III. O produto de matrizes $A^{0 \times f}$, $B^{f \times 0}$ é uma matriz quadrada 2×2 .

é verdade que

- a) somente I é falsa.
- b) somente II é falsa.
- c) somente III é falsa.
- d) somente I e III são falsas.
- e) I, II e III são falsas.

31. (Unirio) O produto das matrizes representadas a seguir

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} c & d \\ d & c \end{bmatrix}$$

a) $A \cdot B = \begin{bmatrix} ac & bd \\ bd & ac \end{bmatrix}$

b) $A \cdot B = \begin{bmatrix} ad & bc \\ bd & ac \end{bmatrix}$

c) $B \cdot A = \begin{bmatrix} ac + bd \\ bd + ac \end{bmatrix}$

d) $B \cdot A = \begin{bmatrix} abcd & abcd \\ abcd & abcd \end{bmatrix}$

e) $A \cdot B = B \cdot A$, para quaisquer valores de a, b, c, d .
é tal que

32. (Unesp) Seja a matriz A mostrada na figura adiante.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Justifique, através do cálculo do determinante, que A é inversível.
b) Mostre que $A \cdot e = A$.

33. (Cesgranrio) Cláudio anotou suas médias bimestrais de matemática, português, ciências e estudos sociais em uma tabela com quatro linhas e quatro colunas, formando uma matriz, como mostra a figura.

Sabe-se que as notas de todos os bimestres têm o mesmo peso, isto é, para calcular a média anual do aluno em cada matéria basta fazer a média aritmética de suas médias bimestrais. Para gerar uma nova matriz cujos elementos representem as médias anuais de Cláudio, na mesma ordem da matriz apresentada, bastará multiplicar essa matriz por:

	1ºb	2ºb	3ºb	4ºb
matemática	5,0	4,5	6,2	5,9
português	8,4	6,5	7,1	6,6
ciências	9,0	7,8	6,8	8,6
est. sociais	7,7	5,9	5,6	6,2

a) $\frac{1}{2}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

34. (Unesp) Se A, B e C forem matrizes quadradas quaisquer de ordem n, assinale a única alternativa verdadeira.

- a) $AB = BA$.
b) Se $AB = AC$, então $B = C$.
c) Se $Ae = Oe$ (matriz nula), então $A = Oe$.
d) $(AB)C = A(BC)$.
e) $(A + B)e = Ae + 2AB + Be$.

35. (Ufpr) Considerando a matriz na figura a seguir, onde a, b, c e d são números reais, é correto afirmar:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

- (01) Se $a=\log_2(6)$, $b=\log_2(3)$ e $c=d=1$, então $\det A=2$.
 (02) Se $a=b=c=d=1$, então $A^2=2A$.
 (04) Se $a=2$, $b=-2$, $c=2\sqrt{2}$ e $d=2\sqrt{2}$, então existe somente um valor real de x tal que $\det A=5$.
 (08) Se $a \cdot d - b \cdot c$, então A tem matriz inversa.
 (16) Se A é matriz identidade, então $\log_3(\det A)=0$.

Soma ()

36. (Ufrj) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopos cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo.

Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopos que i pagou para j , sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha i , coluna j de cada matriz).

Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopos que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

- a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?
 b) Quantos chopos Cláudio ficou devendo para Antônio?

37. (Ufrj) Seja a matriz A representada a seguir:

a) Determine $A^x = A \cdot A \cdot A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Se A^n denota o produto de A por A n vezes, determine o valor do número natural k tal que

$$A^{k^2} - A^{5k} + A^6 = I,$$

onde I é a matriz identidade.

38. (Fuvest) Se as matrizes A e B indicadas na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

são tais que $AB = BA$, pode-se afirmar que

- a) A é inversível
 b) $\det A = 0$
 c) $b = 0$
 d) $c = 0$
 e) $a = d = 1$

39. (Unirio) Dada a matriz representada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Determine o valor de $A^2 + A - I$.

40. (Puccamp) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem n e os números reais 'e', não nulos. Das sentenças a seguir, a FALSA é

- a) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- b) $(A+B) \cdot C = C \cdot (A+B)$
- c) $1 \cdot A = A \cdot 1 = A$
- d) $(A+B)+C = A+(B+C)$
- e) 'A+' .A = ('+') .A

41. (Uel) Uma matriz quadrada A se diz ANTI-SIMÉTRICA se $A = -A$. Nessas condições, se a matriz

A mostrada na figura adiante é uma matriz anti-simétrica, então $x+y+z$ é igual a

- a) 3
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -3

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

43. (Ufrs) A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados num restaurante:

A matriz P fornece o número de porções de arroz, carne e salada usados na composição dos pratos tipo P, P, , Pf desse restaurante:

A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P, P, e Pf, está indicada na alternativa

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{matrix} \quad P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{matrix}$$

- a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$
- e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

44. (Unirio) Seja a matriz mostrada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$$

42. (Unicamp) Considere as matrizes mostradas na figura,

. Sabendo-se que $A = A$, calcule o determinante da matriz $A - 2A + I_3(f)$.

45. (Ita) Considere as matrizes

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ e } Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

- a) Calcule o determinante de M e a matriz inversa de M.
- b) Resolva o sistema $MX = Y$.

Se x e y são soluções do sistema $(AA - 3I) X = B$, então $x + y$ é igual a:

- a) 2
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -2

46. (Ita) Sejam x, y e z números reais com $y \neq 0$. Considere a matriz inversível

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Então :

- a) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a $x + 1$.
- b) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a 0.
- c) A soma dos termos da primeira coluna de A^{-1} é igual a 1.
- d) O produto dos termos da segunda linha de A^{-1} é igual a y .
- e) O produto dos termos da terceira coluna de A^{-1} é igual a 1.

47. (Uerj) João comeu uma salada de frutas com a, m e p porções de 100g de abacaxi, manga e pêra, respectivamente, conforme a matriz X . A matriz A representa as quantidades de calorias, vitamina C e cálcio, em mg, e a matriz B indica os preços, em reais, dessas frutas em 3 diferentes supermercados. A matriz C mostra que João ingeriu 295,6cal, 143,9mg de vitamina C e 93mg de cálcio.

MATRIZ X
Porções de 100g

$$\begin{matrix} \text{Abacaxi} \\ \text{Manga} \\ \text{Pêra} \end{matrix} \begin{bmatrix} a \\ m \\ p \end{bmatrix}$$

MATRIZ A
(por cada 100g)

	Abacaxi	Manga	Pêra
Calorias	52	64,3	63,3
Vitamina C	27,2	43	3,5
Cálcio	18	21	15

MATRIZ B
(por cada 100g)

	Abacaxi	Manga	Pêra
Coma bem	0,15	0,30	0,40
Compre mais	0,16	0,25	0,45
Boa compra	0,20	0,27	0,35

MATRIZ C

Calorias	295,6
Vitamina C(mg)	143,9
Cálcio(mg)	93

Considerando que as matrizes inversas de A e B são A^{-1} e B^{-1} , o custo dessa salada de frutas, em cada supermercado, é determinado pelas seguintes operações:

- a) $B \cdot A^{-1} \cdot C$
- b) $C \cdot A^{-1} \cdot B$
- c) $A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C$
- d) $B^{-1} \cdot A^{-1} \cdot C$

48. (Uff) Determine o(s) valor(es) de x para que a matriz

$$M = \begin{bmatrix} x^3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 0 & -x & 1 \end{bmatrix}, x \in \mathbb{R}$$

não admita inversa.

49. (Ufv) Considerando a matriz A cujo termo geral é dado por $a_{ij} = (-1)^{i+j}$, é CORRETO afirmar que:

- a) $A = -A$
- b) A é inversível
- c) $a + a, + aff = 0$
- d) $a_{ij} = \cos((x + y)^{TM})$
- e) $a + a, + af = 0$

50. (Ufv) Dada a matriz mostrada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

,determine:

- a) A^t
- b) $A \cdot A$
- c) $2A + 3A$

51. (Uel) Sejam as matrizes $A=(a_{ij})_{i,j}$, tal que $a_{ij}=2i-3j$ e $B=(b_{ij})_{i,j}$, tal que $b_{ij}=y-j$. O determinante da matriz $A \cdot B$ é igual a

- a) -12
- b) - 6
- c) 0
- d) 6
- e) 12

52. (Uel) A soma de todos os elementos da inversa da matriz M mostrada na figura é igual a

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

53. (Ufes) Considere a matriz mostrada na figura a seguir

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Determine A^{aa} .

54. (Ufsc) Sejam A, B e C matrizes. Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

- 01. Se A é uma matriz de ordem n, então $\det(kA)=k^n \cdot \det A$, $k \in \mathbb{R}$.
- 02. $(A^{-1})^{-1} \cdot A = I$
- 04. $\det(A+B) = \det A + \det B$.
- 08. Se A é uma matriz de ordem $n \times m$ e B é de ordem $m \times k$, então $A+B$ é uma matriz de ordem $n \times k$.
- 16. $A \cdot B$ só é possível quando A e B forem matrizes de mesma ordem.

55. (Mackenzie) Dada a matriz M, mostrada na figura adiante

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & K \\ -K & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

, se $M \cdot C = M$, então K pode ser:

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $-\frac{3}{4}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $-\frac{3}{2}$
- e) $\frac{1}{2}$

56. (Ufu) Sejam A, B e C matrizes reais quadradas de ordem 3. Considere as seguintes afirmações:

I - Se $A=A$ e $B=B$, então $AB = (AB)$.

II - $\det(A+B)=\det A+ \det B$.

III - Se $AB=CB$, então $A=C$.

IV - $A\cancel{B}-B\cancel{A}=(A-B) (A+B)$.

58. (Ita) Considere as matrizes mostradas na figura adiante

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

A respeito dessas afirmações, assinale a alternativa correta.

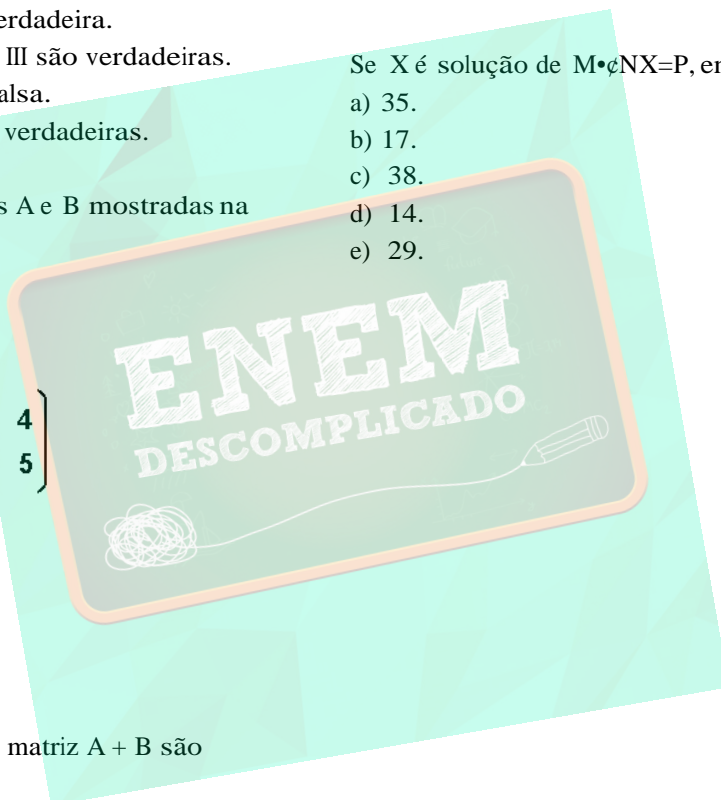
- a) Todas as afirmações são falsas.
- b) Apenas a afirmação I é verdadeira.
- c) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
- d) Apenas a afirmação II é falsa.
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.

57. (Ufpr) Dadas as matrizes A e B mostradas na figura adiante.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Se X é solução de $M \cdot NX = P$, então $x\cancel{f}+y\cancel{f}+z\cancel{f}$ é igual a

- a) 35.
- b) 17.
- c) 38.
- d) 14.
- e) 29.



É correto afirmar:

- (01) $B \cdot A = B$
- (02) Todos os elementos da matriz $A + B$ são números ímpares.
- (04) O conjunto formado pelos elementos da matriz $A \cdot B$ é igual ao conjunto formado pelos elementos da matriz B.
- (08) $\det(3 \cdot A) = \det(B)$
- (16) A matriz inversa de A é a própria matriz A.

Soma ()

GABARITO

1. Observe a figura a seguir:

$$a) A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$b) A = \begin{bmatrix} -a & a+1 \\ 1-a & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & a+1 \\ 1-a & a \end{bmatrix}$$

8. $01 + 02 + 08 + 16 = 27$

9. [D]

10. [A]

11. [B]

12. [E]

13. 96

14. [E]

15. [B]

16. [B]

17. Observe a figura a seguir:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a) \begin{pmatrix} 1 & \text{sen } 2x \\ \text{sen } 2x & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) x = 0 \text{ ou } x = 2\pi$$

2. [E]

3. [D]

4. $x = 2, y = 2$ e $z = 4$

5. [C]

6. A ϕ é a matriz a seguir:

7. A ϕ é a matriz a seguir:

18. [C]

19. [E]

20. [B]

21. [B]

22. [D]

23. [C]

24. [A]

25. a) F

b) V

c) F

d) F

26. [A]

27. [D]

28. [A]

29. [C]

30. [B]

31. [E]

32. Observe a figura a seguir

a)

$$\det A = 1 \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right) = 1$$

Como $\det A \neq 0$, tem-se que A é inversível.

b)

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A^t$$

A matriz inversa de A é

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot (A^t)^t =$$

$$= \frac{1}{1} \cdot A^t = A^t$$

33. [E]

34. [D]

35. $02 + 08 + 16 = 26$

36. a) Cláudio

b) 2 chopos

37. a) observe o esquema a seguir

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) $k = 2$ ou $k = 3$

38. [D]

39. Observe a figura adiante.

$$\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

40. [B]

41. [D]

42. a) Observe a matriz a seguir

$$\det M = 1 \text{ e } M^{-1} = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Visite : WWW.ENEMDESCOMPLICADO.COM.BR

b) $x = \cos \tilde{s}$, $y = \operatorname{sen} \tilde{s}$ e $z = 3$

43. [A]

44. -14

45. [D]

46. [C]

47. [A]

48. $x = 0$, $x = -1$ ou $x = 1$

49. [D]

50. Observe as matrizes a seguir:

a) $A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A \cdot A^t = \begin{bmatrix} 14 & 8 & -2 \\ 8 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

c) $2A + 3A^t = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & -5 \end{bmatrix}$

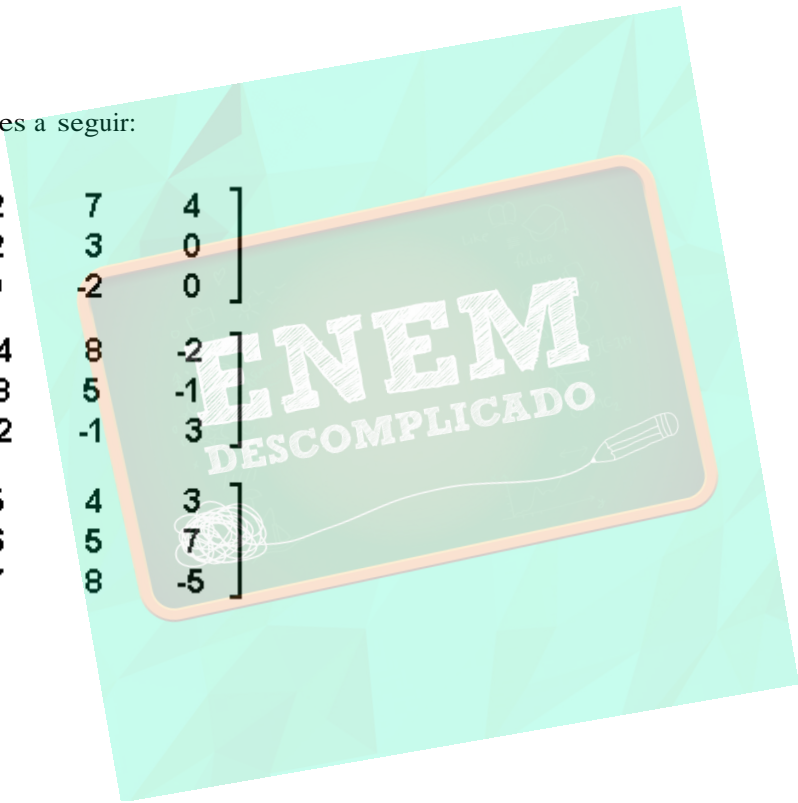
54. $01 + 02 = 03$

55. [E] $A^{1998} = \begin{bmatrix} 2^{1998} & 0 \\ 0 & 2^{1998} \end{bmatrix}$

56. [A]

57. $02 + 04 + 08 + 16 = 30$

58. [A]



51. [C]

52. [E]

53. Observe a figura a seguir:

Visite : WWW.ENEMDESCOMPLICADO.COM.BR