Exercícios de Matemática
Trigonometria – Funções Trigonométricas

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.
(Unb) Volume de ar em um ciclo respiratório

O volume total de ar, em litros, contido nos dois pulmões de um adulto em condições físicas normais e em repouso pode ser descrito como função do tempo t, em segundos, por

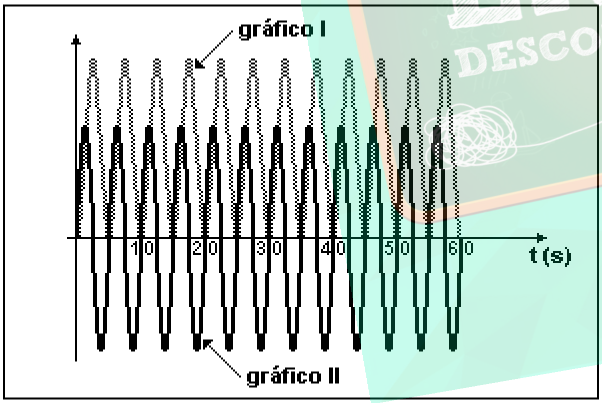
V(t) = 3.(1 - cos(0,4™t))/2™

O fluxo de ar nos pulmões, em litros por segundo, é dado por

v(t) = 0,6 sen(0,4™t).

Os gráficos dessas funções estão representados na figura adiante.

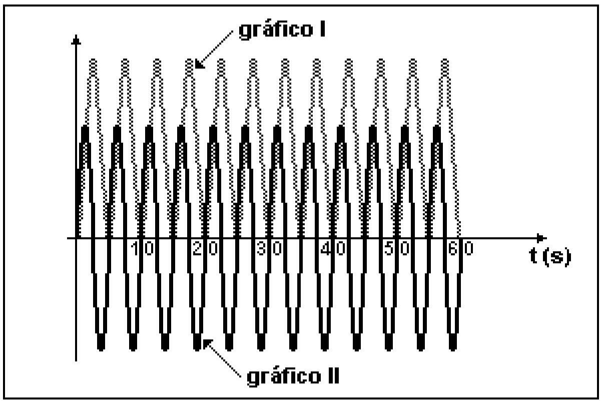
1.



Com base nas informações do texto, julgue os itens a seguir.

(1) O gráfico I representa V(t) e o gráfico II, v(t).
(2) O volume máximo de ar nos dois pulmões é maior que um litro.
(3) O período de um ciclo respiratório completo (inspiração e expiração) é de 6 segundos.
(4) A freqüência de v(t) é igual à metade da freqüência de V(t).

2.



Com base nas informações do texto, julgue os itens a seguir, com respeito ao fluxo de ar nos pulmões.

(1) O fluxo é negativo quando o volume decresce.
(2) O fluxo é máximo quando o volume é máximo.
(3) O fluxo é zero quando o volume é máximo ou mínimo.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO
(Ufba) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

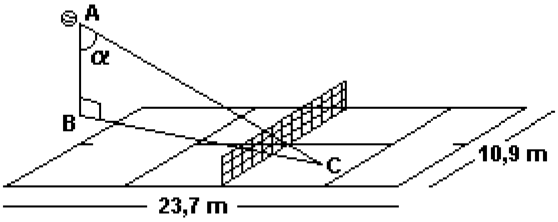
3. Em trigonometria, é verdade:

(01) Sendo sen x = - 4/5 e x pertencente ao terceiro quadrante, então cos (x/2) = -1/5.
(02) se x + y = ™/3, então cos(3x - 3y) = 2 sen£3y - 1.
(04) Existe x Æ [™/4, 5™/2], tal que sen£x + 3 cosx = 3.
(08) A função inversa de f(x) = cos é g(x) = sec x.
(16) Num triângulo, a razão entre dois de seus lados é 2, e o ângulo por eles formado mede 60°; então o triângulo é retângulo.

Soma (   )

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO (Cesgranrio)
Uma quadra de tênis tem 23,7m de comprimento por 10,9m de largura. Na figura a seguir, está representado o momento em que um dos jogadores dá um saque. Sabe-se que este atinge a bola no ponto A, a 3m do solo, e que a bola passa por cima da rede e toca o campo adversário no ponto C, a 17m do ponto B.

4.



Tendo em vista os dados apresentados, é possível afirmar que o ângulo ‘, representado na figura, mede:

a) entre 75° e 90°.
b) entre 60° e 75°.
c) entre 45° e 60°.
d) entre 30° e 45°.
e) menos de 30°.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.
(Ufpe) O PIB (Produto Interno Bruto, que representa a soma das riquezas e dos serviços produzidos por uma nação) de certo país, no ano 2000+x, é dado, em bilhões de dólares, por

P(x) = 500 + 0,5x + 20cos(™x/6)

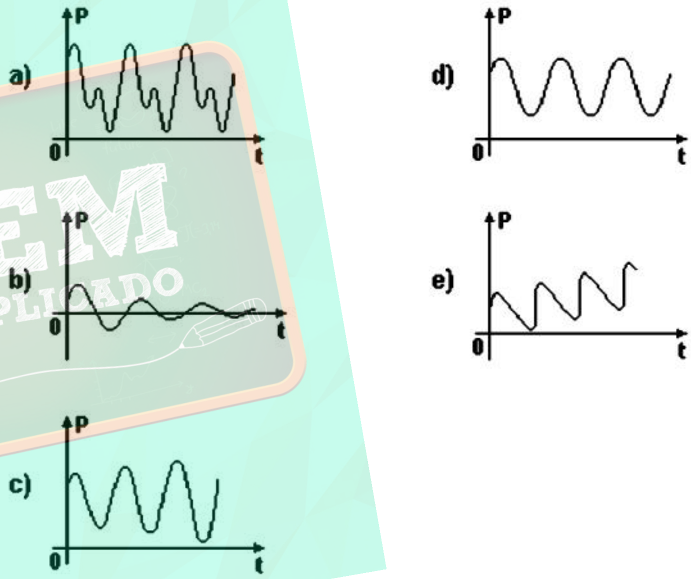
onde x é um inteiro não negativo.

5. Determine, em bilhões de dólares, o valor do PIB do país em 2004.

6. Em períodos de 12 anos, o PIB do país aumenta do mesmo valor, ou seja, P(x+12) - P(x) é constante. Determine esta constante (em bilhões de dólares).

7. (Uff) No processo de respiração do ser humano, o fluxo de ar através da traquéia, durante a inspiração ou expiração, pode ser modelado pela função F, definida, em cada instante t, por F(t) = M sen wt.
A pressão interpleural (pressão existente na caixa torácica), também durante o processo de respiração, pode ser modelada pela função P, definida, em cada instante t, por P(t) = L - F(t + a).
As constantes a, L, M e w são reais, positivas e dependentes das condições fisiológicas de cada indivíduo.
(AGUIAR, A.F.A., XAVIER, A.F.S. e RODRIGUES, J.E.M. Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas, ed. HARBRA Ltda. 1988.(Adaptado)

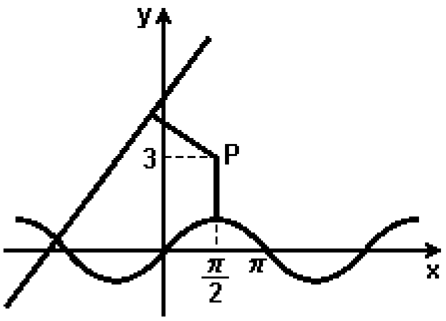
Um possível gráfico de P, em função de t, é:



8. (Unirio) Um engenheiro está construindo um obelisco de forma piramidal regular, onde cada aresta da base quadrangular mede 4m e cada aresta lateral mede 6m. A inclinação entre cada face lateral e a base do obelisco é um ângulo ‘ tal que:

a) 60° < ‘ < 90°
b) 45° < ‘ < 60°
c) 30° < ‘ < 45°
d) 15° < ‘ < 30°
e) 0° < ‘ < 15°

9. (Unifesp) Considere a reta de equação 4x - 3y + 15 = 0, a senóide de equação y = sen(x) e o ponto P = (™/2, 3), conforme a figura.



A soma das distâncias de P à reta e de P à senóide é:

a) (12 + 2™)/5
b) (13 + 2™)/5
c) (14 + 2™)/5
d) (15 + 2™)/5
e) (16 + 2™)/5

10. (Ufv) Sejam as funções reais f e g dadas por:

$$f(x) = 2^{\cos x} \quad \text{e} \quad g(x) = 2^{\text{sen } x}.$$

É CORRETO afirmar que:

a) f(™/4) < g(™/3)
b) f(™/6) < g(™/4)
c) f(™) . g(0) = 2
d) f(0) . g(™) = - 2
e) f(™) . g(™) = 2

11. (Ufal) O mais amplo domínio real da função definida por y=log[sen(x)] é o conjunto dos números reais x tais que, para todo k Æ Z,

a) -k™ < x < k™
b) k™ < x < (k - 1)™
c) k™ < x < (k + 1)™
d) 2k™ < x < (2k - 1)™
e) 2k™ < x < (2k + 1)™

12. (Fuvest) O valor de (tg 10°+cotg 10°)sen 20° é:

a) 1/2
b) 1
c) 2
d) 5/2
e) 4

13. (Fuvest) Dentre os números a seguir, o mais próximo de sen50° é:

a) 0,2.
b) 0,4.
c) 0,6.
d) 0,8.
e) 1,0.

14. (Fuvest) O menor valor de 1/ (3-cos x), com x real, é:

a) 1/6.
b) 1/4.
c) 1/2.
d) 1.
e) 3.

15. (Ita) Seja a função f: RëR definida por:

$$1 - \binom{4n}{2} + \binom{4n}{4} - \dots - \binom{4n}{4n-2} + 1$$

onde a > 0 é uma constante. Considere K={yÆR;f(y)=0}. Qual o valor de a, sabendo-se que f(™/2) Æ K?

a) ™/4
b) ™/2
c) ™
d) ™£/2
e) ™£

16. (Ita) A expressão sen š/(1+cosš), 0<š<™, é idêntica a:

a) sec (š/2)
b) cosec (š/2)
c) cotg (š/2)
d) tg (š/2)
e) cos (š/2)

17. (Fuvest) Considere a função f(x)=senx+ sen5x.

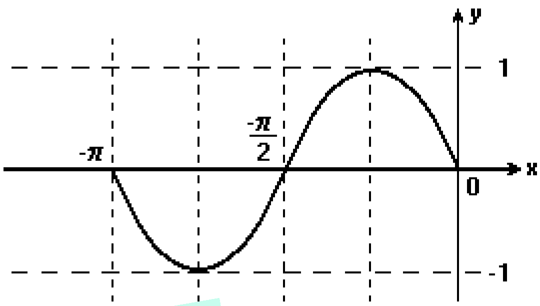
a) Determine as constantes k, m e n tais que f(x)=k.sen(mx).cos(nx)
b) Determine os valores de x, 0´x´™, tais que f(x)=0.

18. (Unicamp) Encontre todas as soluções do sistema:

ýsen (x+y) =0
þ
ÿsen (x-y) =0

que satisfaçam 0 ¸ x ¸ ™ e 0 ¸ y ¸ ™.

19. (Unitau) Indique a função trigonométrica f(x) de domínio R; Im=[-1, 1] e período ™ que é representada, aproximadamente, pelo gráfico a seguir:



a) y = 1 + cos x.
b) y = 1 - sen x.
c) y = sen (-2x).
d) y = cos (-2x).
e) y = - cos x.

20. (Unitau) O período da função y=sen(™Ë2.x) é:

a) Ë2/2.
b) Ë™/2.
c) ™/2.
d) Ë2.
e) 2Ë2.

21. (Fuvest) A equação f(x)= -10 tem solução real se f(x) é:

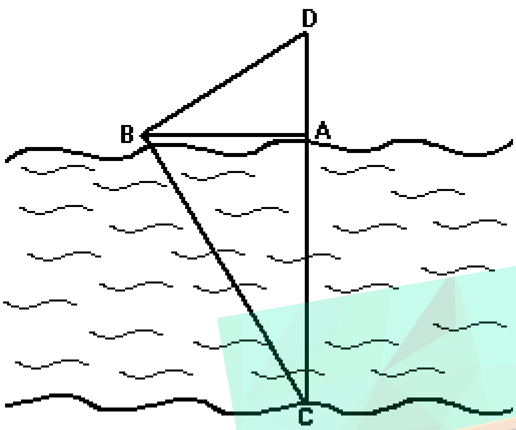
a) 2Ñ
b) log•³(| x | + 1)
c) sen x
d) tg x
e) x£ + 2x - 4

22. (Fuvest) No estudo do Cálculo Diferencial e Integral, prova-se que a função cos x (co-seno do ângulo de x radianos) satisfaz a desigualdade:

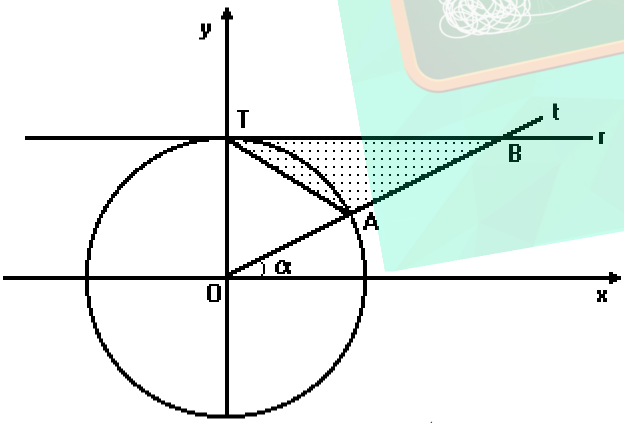
f(x) = 1 - (x£/2) ´ cos x ´1 - (x£/2) + (x¥/24) = g(x)

a) Calcule o co-seno de 0,3 radianos usando f(x) como aproximação de cos x.
b) Prove que o erro na aproximação anterior é inferior a 0,001 e conclua que o valor calculado é exato até a segunda casa decimal.

23. (Unicamp) Para medir a largura åè de um rio um homem usou o seguinte procedimento: localizou um ponto B de onde podia ver na margem oposta o coqueiro C, de forma que o ângulo ABC fosse 60°; determinou o ponto D no prolongamento de èå de forma que o ângulo CBD fosse de 90°. Medindo åî=40 metros, achou a largura do rio. Determine essa largura e explique o raciocínio.



24. (Fuvest) Na figura a seguir, a reta r passa pelo ponto T=(0,1) e é paralela ao eixo Ox. A semi-reta Ot forma um ângulo ‘ com o semi-eixo Ox (0°< ‘<90°) e intercepta a circunferência trigonométrica e a reta r nos pontos A e B, respectivamente.



A área do ÐTAB, como função de ‘, é dada por:

a) (1 - sen ‘) . (cos ‘)/2.

b) (1 - cos ‘) . (sen ‘)/2.

c) (1 - sen ‘) . (tg ‘)/2.

d) (1 - sen ‘) . (cotg ‘)/2.

e) (1 - sen ‘) . (sen ‘)/2.

25. (Fuvest) O valor máximo da função f(x)=3cos x+2sen x para x real é:

a) Ë2/2

b) 3

c) 5Ë2/2

d) Ë13

e) 5

26. (Cesgranrio) Se senx - cosx = 1/2, o valor de senx cosx é igual a:

a) - 3/16

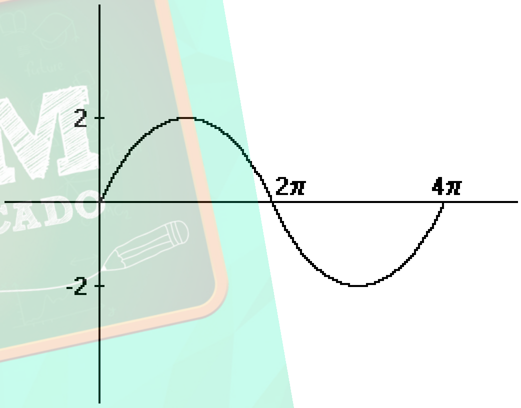
b) - 3/8

c) 3/8

d) 3/4

e) 3/2

27. (Fuvest) A figura a seguir mostra parte do gráfico da função:



a) sen x

b) 2 sen (x/2)

c) 2 sen x

d) 2 sen 2x

e) sen 2x

28. (Fuvest) Considere a função

f(x) = senx.cosx + (1/2)(senx-sen5x).

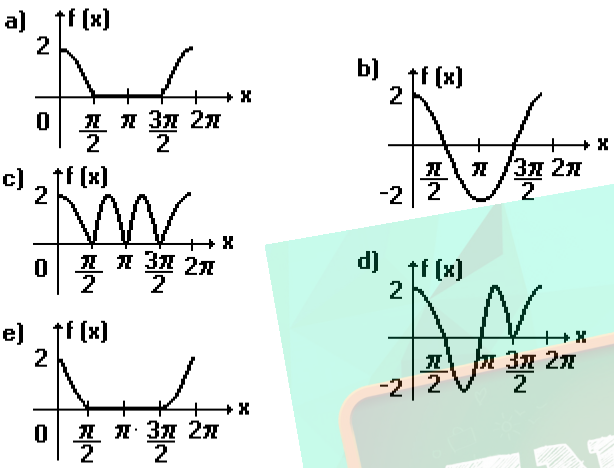
a) Resolva a equação f(x)=0 no intervalo [0,™].

b) O gráfico de f pode interceptar a reta de equação y=8/5?

Explique sua resposta.

29. (Cesgranrio) Se x é ângulo agudo, tg (90°+x) é igual a:
a) tg x
b) cot x
c) - tg x
d) - cot x
e) 1 + tg x

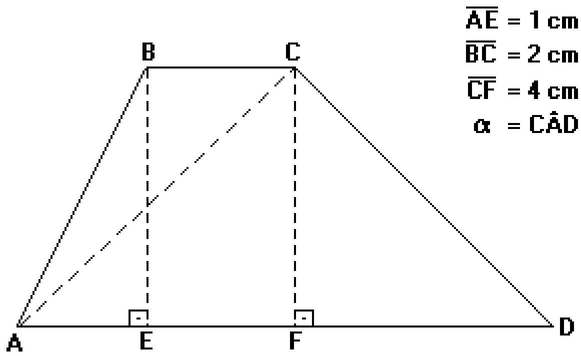
30. (Ufes) O gráfico da função f(x)= cosx + |cos x|, para x Æ [0, 2™] é:



31. (Fatec) Se sen 2x=1/2, então tg x+cotg x é igual a:
a) 8
b) 6
c) 4
d) 2
e) 1

32. (Fei) Sabendo que tg(x) = 12/5 e que ™ < x < 3™/2, podemos afirmar que:
a) cotg(x) = - 5/12
b) sec(x) = 13/5
c) cos(x) = - 5/13
d) sen(x) = 12/13
e) nenhuma anterior é correta

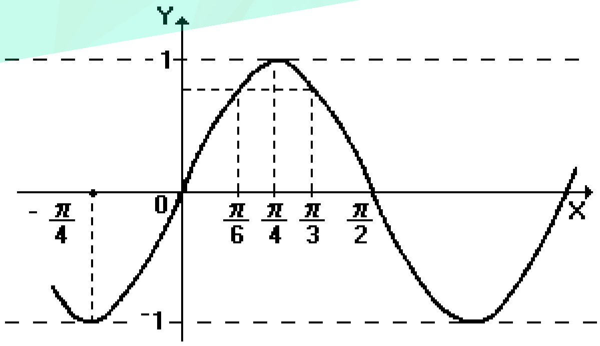
33. (Fei) Dado o trapézio conforme a figura a seguir, o valor do seno do ângulo ‘ é:



a) 0,8
b) 0,7
c) 0,6
d) 0,5
e) 0,4333...

34. (Ita) Seja ‘ Æ [0, ™/2], tal que sen ‘+cos ‘=m. Então, o valor de y=sen2 ‘/(sen¤ ‘+cos¤ ‘) será:
a) 2(m£ - 1)/m(4 - m£)
b) 2(m£ + 1)/m(4 + m£)
c) 2(m£ - 1)/m(3 - m£)
d) 2(m£ - 1)/m(3 + m£)
e) 2(m£ + 1)/m(3 - m£)

35. (Puccamp) Observe o gráfico a seguir.



A função real de variável real que MELHOR corresponde a esse gráfico é
a) y = cos x
b) y = sen x c)
y = cos 2x d)
y = sen 2x e)
y = 2 sen x

36. (Unicamp) Ache todos os valores de x, no intervalo [0, 2™], para os quais

$$\text{sen}\,x + \cos x = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$$

37. (Uel) O valor expressão

cos (2™/3) + sen (3™/2) + tg (5™/4) é

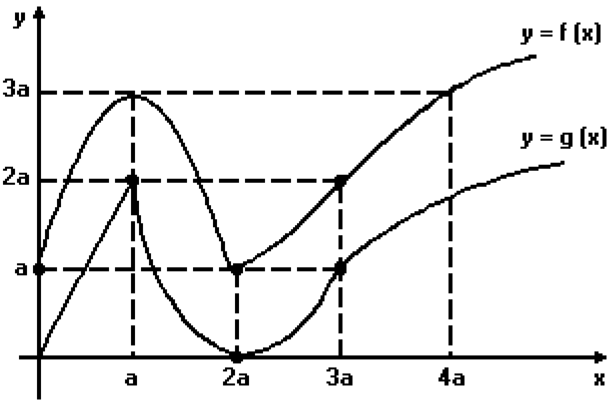
a) (Ë2-3)/2
b) -1/2
c) 0
d) 1/2
e) Ë3/2

38. (Uel) O valor da expressão

[sen(8™/3) - cos(5™)] / tg(13™/6) é

a) (3 + 2Ë3)/2
b) (3Ë2 + 2Ë3)/2
c) 3 + 2Ë3
d) 3Ë2 + 2Ë3
e) 3(Ë2 + Ë3)

39. (Ufmg) Observe a figura.

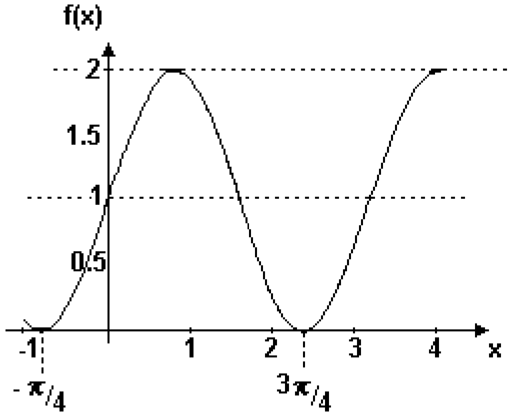


Nessa figura, estão representados os gráficos das funções f e g.
Se h (x) = [f (2x) + g (2x + a)] / f (g(x)), então o valor de h(a) é
a) 1 + a
b) 1 + 3a
c) 4/3
d) 2
e) 5/2

40. (Unesp) Pode-se afirmar que existem valores de x Æ R para os quais cos¥x - sen¥x é DIFERENTE de:
a) 1 - 2sen£x
b) cos£x - sen£x
c) (1/2) + (1/2) cos£2x
d) 2cos£x - 1
e) cos 2x

41. (Unesp) Sabe-se que um dos ângulos internos de um triângulo mede 120°. Se os outros dois ângulos, x e y, são tais que
(cos x/cos y) = (1 + Ë3)/2, a diferença entre as medidas de x e y é
a) 5°
b) 15°
c) 20°
d) 25°
e) 30°

42. (Pucsp) O gráfico seguinte corresponde a uma das funções de IR em IR a seguir definidas. A qual delas?

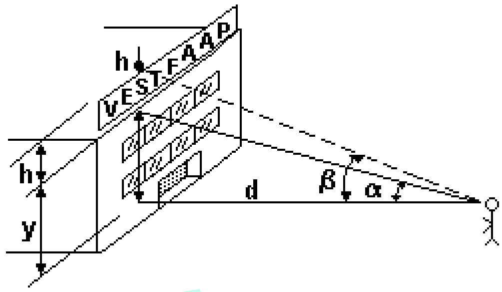


a) f(x) = sen 2x + 1
b) f(x) = 2 sen x
c) f(x) = cos x + 1
d) f(x) = 2 sen 2x
e) f(x) = 2 cos x + 1

43. (Mackenzie) I) sen 2 > sen 3
II) sen 1 > sen 30°
III) cos 2 > cos 3

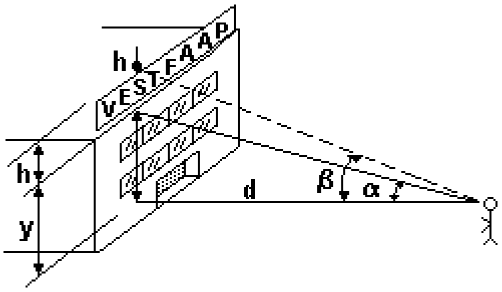
Relativamente às desigualdades acima, é correto afirmar que:
a) todas são verdadeiras.
b) todas são falsas.
c) somente I e II são verdadeiras.
d) somente II e III são verdadeiras.
e) somente I e III são verdadeiras.

44. (Faap) Uma placa publicitária de altura h metros está colocada no alto de um edifício com a sua parte inferior a y metros acima do nível do olho do observador, conforme a figura a seguir:



A altura h (em metros) da placa publicitária pode ser expressa:
a) h = d (tg ‘ - tg ’)
b) h = d tg ‘
c) h = tg (‘ - ’)/d
d) h = d (sen ‘ + cos ‘)
e) h = d tg ’ /2

45. (Faap) Uma placa publicitária de altura h metros está colocada no alto de um edifício com a sua parte inferior a y metros acima do nível do olho do observador, conforme a figura a seguir:



Para o nível do olho do observador a 1,70 metros acima do nível do solo, ‘ = ™/3 e d = 10 metros, a altura do prédio (em metros) é

a) (10Ë3)/3 + 1,70
b) 10Ë3 + 1,70
c) 6,70
d) (10Ë3)/2 + 1,70
e) 15,0

46. (Mackenzie) I - Se 0 < x < ™/2, então os pontos (sen x, -cos x), (-sen x, cos x) e (-1, cos x) sempre são vértices de um triângulo.

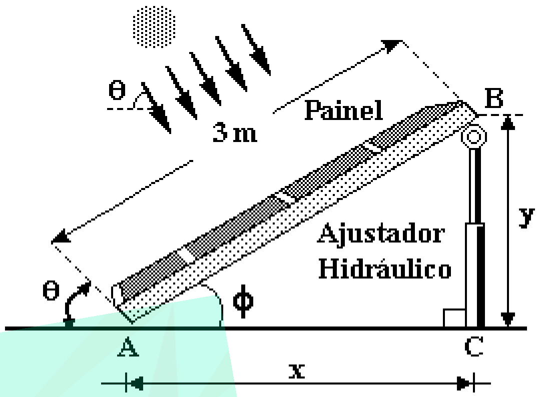
II - Se a e b são números reais tais que a > b > 0, então as retas x - ay + a£ = 0 e x + by + b£ = 0 nunca são paralelas.

III - A reta x + y - 5Ë2 = 0 é tangente à curva x£ + y£ - 25 = 0.

Relativamente às afirmações acima, podemos afirmar que:

a) somente I e II são verdadeiras.
b) somente I e III são verdadeiras.
c) somente II e III são verdadeiras.
d) todas são falsas.
e) todas são verdadeiras.

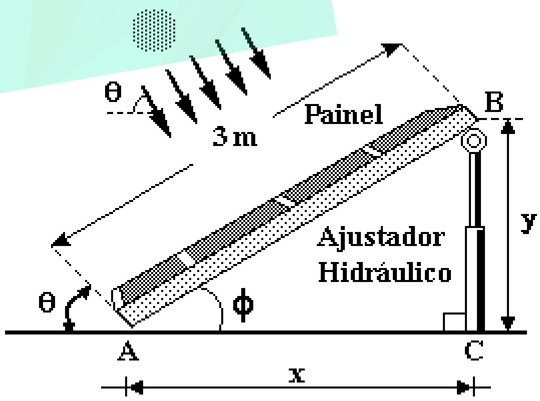
47. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



O valor de y (em metros) em função de š:

a) y = 3 sen š
b) y = 3 sen š + 3
c) y = 3 tg š
d) y = 3 cos š
e) impossível de ser determinado

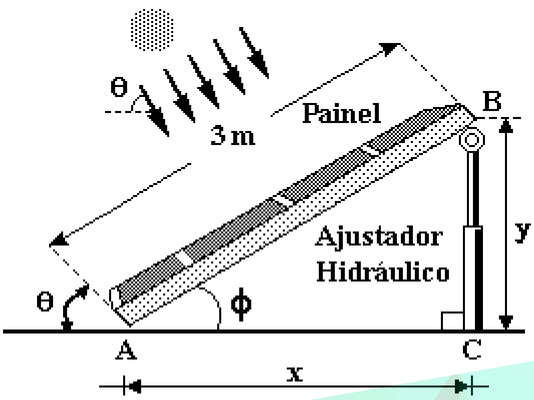
48. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



Para š = ™/3, o valor de y (em metros) é:

a) 3Ë3/2
b) 3/2
c) 3Ë2/2
d) 3
e) impossível de ser determinado

49. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



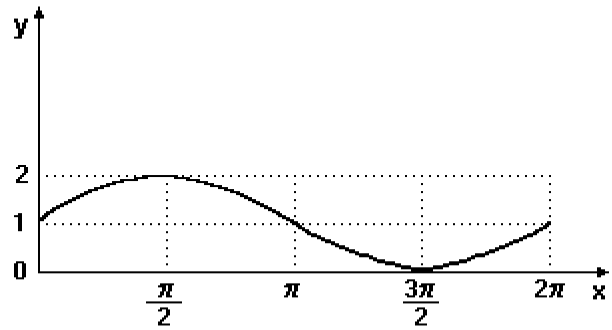
Para š = ™/3, o valor de x (em metros) é:

a) 3Ë3/2
b) 5/2
c) 3/2
d) 3
e) impossível de ser determinado

50. (Faap) Num trabalho prático de Topografia, um estudante de engenharia Civil da FAAP deve determinar a altura de um prédio situado em terreno plano. Instalado o aparelho adequado num ponto do terreno, o topo do prédio é visto sob ângulo de 60°. Afastando-se o aparelho mais 10 metros do edifício, seu topo para a ser visto sob ângulo de 45°. Desprezando-se a altura do aparelho, a altura do edifício (em metros) é:

a) 10(Ë3) + 1
b) [(Ë3)/3] + 10
c) (10Ë3)/(Ë3 - 1)
d) (3/Ë3)/(10 + Ë3)
e) (10 + Ë3)/3

51. (Faap) Considerando 0 ¯ x ¯ 2™, o gráfico a seguir corresponde a:



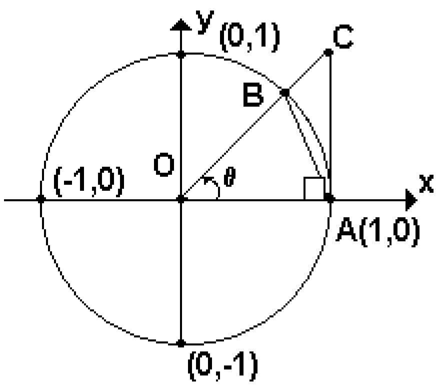
a) y = sen (x + 1)
b) y = 1 + sen x
c) y = sen x + cos x
d) y = sen£ x + cos£ x
e) y = 1 - cos x

52. (Ufpe) Considere a função f:(0, 49™/2) → IR definida por f(x)=(1/x)-sen x. O gráfico de f intercepta o eixo das abcissas Ox em exatamente n pontos distintos. Determine n.

53. (Ufpe) Considere a função f(x)=sen(x£+2), definida para x real. Analise as seguintes afirmações:

( ) f é uma função periódica.
( ) f é uma função par.
( ) f(x)=0 exatamente para 32 valores distintos de x no intervalo [0,10].
( ) f(x)=2+sen£x para todo x Æ IR.
( ) A imagem de f é o intervalo [1,3].

54. (Ufpe) Comparando as áreas do triângulo OAB, do setor circular OAB e do triângulo OAC da figura a seguir, onde 0<š<™/2, temos:



( ) senš < š < tanš;
( ) (senš)/š < cosš < 1;
( ) cosš < (senš)/š < 1;
( ) cosš > (senš)/š > tanš;
( ) (1/2)cosš < (1/2)™š < (1/2)senš;

55. (Fuvest) A tangente do ângulo 2x é dada em função da tangente de x pela seguinte fórmula:
tg2x = 2tgx/(1-tg£x).
Calcule um valor aproximado da tangente do ângulo 22°30'.
a) 0,22
b) 0,41
c) 0,50
d) 0,72
e) 1,00

56. (Uel) Seja x a medida de um arco em radianos. O números real a, que satisfaz as sentenças sen x = Ë(3 - a) e cos x = (a - 2)/2 é tal que
a) a µ 7
b) 5 ´ a < 7
c) 3 ´ a < 5
d) 0 ´ a < 3
e) a < 0

57. (Uel) A expressão cos [(3™/2) + x] é equivalente a
a) -sen x
b) -cos x
c) sen x.cos x
d) cos x
e) sen x

58. (Uel) A função dada por f(x) = (tg x) . (cotg x) está definida se, e somente se,
a) x é um número real qualquer.
b) x - 2k™, onde k Æ Z
c) x - k™, onde k Æ Z
d) x - k™/2, onde k Æ Z
e) x - k™/4, onde k Æ Z

59. (Fuvest) Sendo sen ‘ = 9/10, com 0 < ‘ < ™/2, tem-se
a) sen ‘ < sen ™/3 < sen 2 ‘
b) sen ™/3 < sen ‘ < sen 2 ‘
c) sen ‘ < sen 2 ‘ < sen ™/3
d) sen 2 ‘ < sen ™/3 < sen ‘
e) sen 2 ‘ < sen ‘ < sen ™/3

60. (Cesgranrio) Entre as funções reais a seguir, aquela cujo gráfico é simétrico em relação à origem é:
a) f(x) = x¤+1
b) f(x) = |x|
c) f(x) = eÑ
d) f(x) = sen x
e) f(x) = cos x

61. (Cesgranrio) Se sen x=2/3, o valor de tg£x é:
a) 0,6
b) 0,7
c) 0,8
d) 0,9
e) 1

62. (Fatec) Considerando as funções trigonométricas definidas por f(x) = 2senx, g(x) = sen2x e h(x) = 2 + senx, tem-se
a) f(x) > h(x), para todo x Æ IR.
b) g(x) ´ h(x), para todo x Æ IR.
c) f(x) e g(x) têm períodos iguais.
d) f(x) e h(x) têm períodos diferentes.
e) g(x) ´ senx ´ f(x), para todo x Æ IR.

63. (Mackenzie) Em [0, 2™], o número de soluções reais de f(x)=sen2x é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \text{sen } x & \text{sen } 4x \\ \text{sen } x & \cos x & \text{sen } 3x \\ 0 & 0 & \text{sen } 2x \end{vmatrix}$$

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

64. (Fei) Sobre a função f(x) = |senx| é válido afirmar-se que:
a) f (x) = f (2x)
b) f (-x) = -f (x)
c) f (x) = f (x + ™)
d) f (x) = f (x + ™/2)
e) f (x) = f (x - ™/2)

65. (Cesgranrio) Se o cos x = 3/5 e -™/2 < x < 0, então tg x vale:
a) -4/3.
b) -3/4.
c) 5/3.
d) 7/4.
e) -7/4.

66. (Mackenzie) f•(x) = sen x + cos x e f‚(x) = 3 sen x cos x

Relativamente às funções anteriores, de domínio IR, fazem-se as afirmações.

I- O período de f(x) é 2™
II- O maior valor que f‚(x) pode assumir é 1,5.
III- O conjunto imagem de f•(x) está contido no conjunto imagem de f‚(x)

Então:
a) todas são verdadeiras.
b) somente II e III são verdadeiras.
c) somente I e III são verdadeiras.
d) somente I e II são verdadeiras.
e) somente III é verdadeira.

67. (Cesgranrio) Se tgx = Ë5, então sen£x é igual a:
a) 1/6.
b) 1/5.
c) Ë3/4.
d) 3/5.
e) 5/6.

68. (Uff) Para š = 89°, conclui-se que:
a) tg š < sen š < cos š
b) cos š < sen š < tg š
c) sen š < cos š < tg š
d) cos š < tg š < sen š
e) sen š < tg š < cos š

69. (Fuvest) Qual das afirmações a seguir é verdadeira ?
a) sen 210° < cos 210° < tg 210°
b) cos 210° < sen 210° < tg 210°
c) tg 210° < sen 210 ° < cos 210°
d) tg 210° < cos 210° < sen 210°
e) sen 210° < tg 210° < cos 210°

70. (Pucmg) Na expressão M = Ë(cos 2x - sen 2x + 2sen£ x), 0<x<™/4. O valor de M é:
a) cos x + sen x
b) sen x - cos x
c) cos x - sen x
d) 1 - sen 2 x
e) 1

71. (Pucmg) A soma das raízes da questão cosx+cos£x=0, 0 ¯ x ¯ 2 ™, em radianos, é:

a) ™

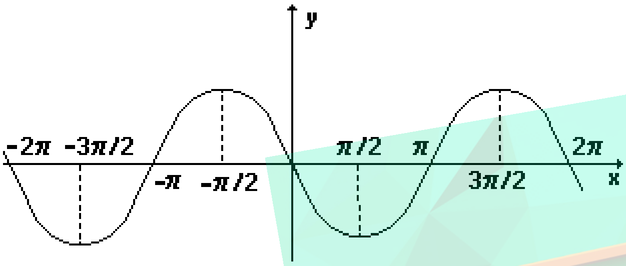
b) 2 ™

c) 3 ™

d) 4 ™

e) 5 ™

72. (Unesp) Sabe-se que h é o menor número positivo para o qual o gráfico de y = sen (x -h) é



Então, cos (2h/3) é igual a:

a) - (Ë3)/2.

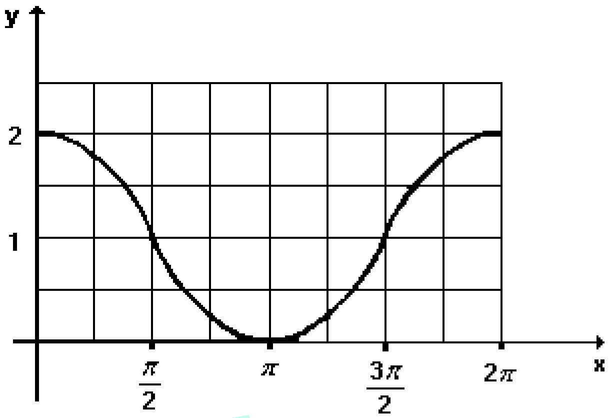
b) - (Ë2)/2.

c) -1/2.

d) 1/2.

e) (Ë3)/2.

73. (Ufrs) O gráfico a seguir representa a função real f.



Esta função é dada por:

a) f(x) = 1 - cos x

b) f(x) = 1 + cos x

c) f(x) = cos (x +1)

d) f(x) = cos (x - 1)

e) f(x) = cos (x + ™)

74. (Cesgranrio) O valor da expressão P=1 - 4sen£x + 6sen¥x - 4sen§x + sen©x é igual a:

a) cos¥x

b) cos©x

c) sen£x

d) 1

e) 0

75. (Cesgranrio) Considerando sen x = (1/2) . sen(25™/6), o valor de cos 2x será:

a) 7/8

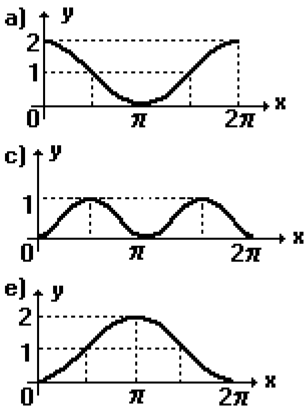
b) 5/8

c) 3/8

d) 3/4

e) 1/2

76. (Mackenzie) Em [0, 2™], a melhor representação gráfica da função real definida por f(x)=(2-sen£x-sen¥x)/(3-cos£x) é:

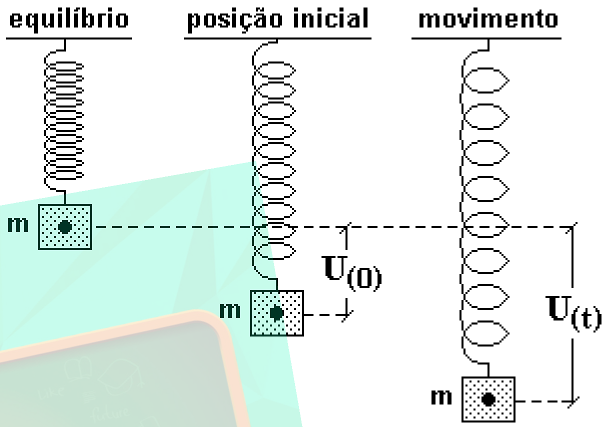


77. (Mackenzie) Dentre os valores a seguir, assinale aquele que mais se aproxima de sen 6 + tg 3.

a) - 0,4
b) - ™
c) - ™/2
d) 1
e) 0,5

78. (Fuvest) a) Expresse sen 3 ‘ em função de sen ‘.
b) Resolva a inequação sen3 ‘>2sen ‘ para 0< ‘<™.

79. (Unb) A função U, definida por U(t) = r cos (Ÿt - š), descreve o deslocamento, no tempo t, de um bloco de massa m, preso na extremidade de uma mola, em relação à posição de equilíbrio, conforme a figura adiante. A posição de equilíbrio, nesse caso, é aquela em que U(t) = 0. A constante Ÿ depende apenas da mola e da massa m. As constantes r e š dependem da maneira como o sistema é colocado em movimento.



Com base na situação apresentada, julgue os itens que se seguem.

(1) A função U tem período igual a (2™ - š).
(2) No instante t= 2™/Ÿ, o bloco está novamente na posição inicial.
(3) O maior deslocamento do bloco, em relação à posição de equilíbrio, é igual a r.
(4) Em qualquer intervalo de tempo que tenha duração igual a 4™/3Ÿ, o bloco passa pela posição de equilíbrio.

80. (Unesp) Considere as funções f(y) = Ë(1 - y£), para y Æ IR, -1 ´ y ´ 1, e g(x) = cos x, para x Æ IR. O número de soluções da equação (f o g)(x) = 1, para 0 ¯ x ¯ 2™, é

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

81. (Fuvest) Se ‘ é um ângulo tal que 0 < ‘ < ™/2 e sen ‘ = a, então tg(™- ‘) é igual a

a) - a/Ë(1 - a£)

b) a/Ë(1 - a£)

c) [Ë (1 - a£)]/a

d) [- Ë (1 - a£)]/a

e) - (1 + a£)/a

82. (Mackenzie) Se k e p são números naturais não nulos tais que o conjunto imagem da função f(x)=2k+p.cos(px+k) é [-2, 8], então o período de f(x) é:

a) ™/7

b) 2™/7

c) 2™/3

d) ™/5

e) 2™/5

83. (Mackenzie) A função real definida por f(x)=k.cos(px), k>0 e pÆIR tem período 7™ e conjunto imagem [-7,7]. Então, k.p vale:

a) 7

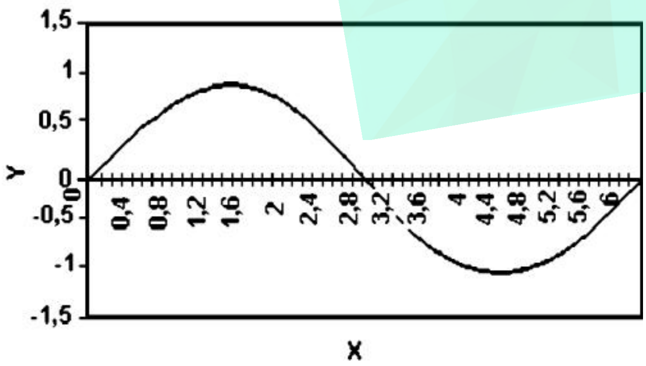
b) 7/2

c) 2

d) 2/7

e) 14

84. (Unirio) Sobre o gráfico a seguir, que representa uma senóide, faça um esboço do gráfico da função f: IR ë IR/f(x) = sen [x - (™/2)] + 2.



85. (Unb) Em um modelo para descrever o processo respiratório, considera-se que o fluxo de ar F na traquéia, em ambos os sentidos - inspiração e expiração -, e a pressão interpleural P - pressão existente na caixa torácica produzida pelo diafragma e por músculos intercostais - são funções periódicas do tempo t, havendo entre elas uma diferença de fase. Essas funções são descritas, para t > 0, por

ý F (t) = A sen (Ÿt)

þ

ÿ P (t) = C - B F [t + (k/Ÿ)],

em que k, A, B, C são constantes reais positivas e Ÿ é a frequência respiratória.

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

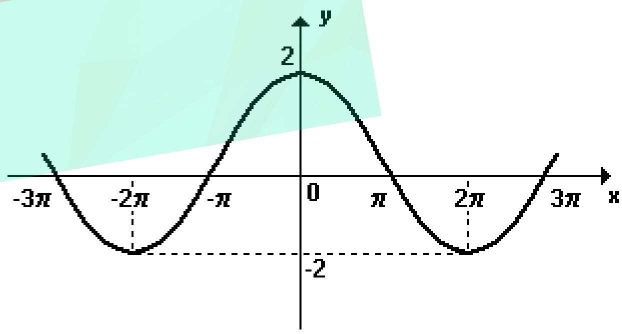
(1) O fluxo máximo de ar na traquéia é igual a A.

(2) P (t) = C - BA sen (Ÿt + k).

(3) As funções P e F têm o mesmo período.

(4) Sempre que o fluxo de ar na traquéia for nulo, a pressão interpleural será máxima.

86. (Puccamp) Na figura a seguir tem-se parte do gráfico da função f, de IR em IR, dada por f(x)=k.cos(tx).



Nessas condições, calculando-se k-t obtém-se

a) -3/2

b) -1

c) 0

d) 3/2

e) 5/2

87. (Ufrs) Considere um círculo de raio 1 com centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas. Um ponto P desloca-se sobre esse círculo, em sentido horário e com velocidade constante, perfazendo 2 voltas por segundo. Se no instante t=0 as coordenadas de P são x=1 e y=0, num instante t qualquer, dado em segundos, as coordenadas serão

a) x = - 2cos t e y = - 2sen t
b) x = cos 4™t e y = sen 4™t
c) x = cos 2t e y = - sen 2t
d) x = cos 4™t e y = - sen 4™t
e) x = cos 2™t e y = sen 2™t

88. (Unb) Supondo que, em determinada região, a temperatura média semanal T(em °C) e a quantidade de energia solar média semanal Q que atinge a região (em kcal/cm£) possam ser expressas em função do tempo t, em semanas, por meio das funções

$$T(t) = 10 + 12\,\text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t-15}{52}\right)\right] \text{ e}$$

$$Q(t) = 400 + 200\,\text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t-11}{52}\right)\right],$$

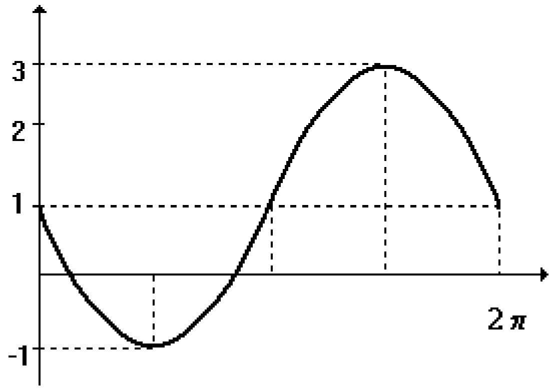
julgue os itens a seguir.

(1) A maior temperatura média semanal é de 22°C.
(2) Na 50.ò semana, a quantidade de energia solar média semanal é mínima.
(3) Quando a quantidade de energia solar média é máxima, a temperatura média semanal também é máxima.

89. (Puccamp) Sobre a função f, de IR em IR, definida por f(x)=cos 3x, é correto afirmar que

a) seu conjunto imagem é [-3; 3].
b) seu domínio é [0; 2™].
c) é crescente para x Æ [0; ™/2].
d) sua menor raiz positiva é ™/3.
e) seu período é 2™/3.

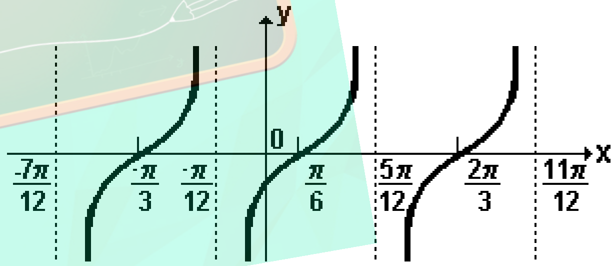
90. (Ufrs) Se f(x) = a + bsen x tem como gráfico



então

a) a = -2 e b = 1
b) a = -1 e b = 2
c) a = 1 e b = -1
d) a = 1 e b = -2
e) a = 2 e b = -1

91. (Puccamp) Na figura a seguir tem-se o gráfico de uma função f, de AÅIR em IR.



É correto afirmar que

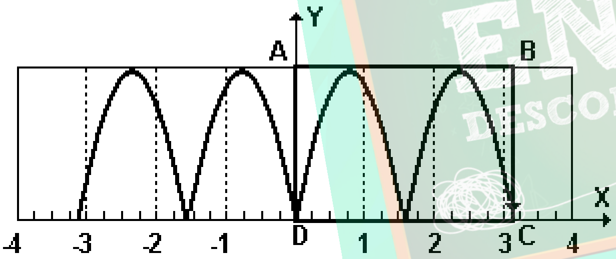
a) f é crescente para todo x real tal que ™/6<x<2™/3.
b) f é positiva para todo x real tal que 0<x<5™/12.
c) o conjunto imagem de f é IR - {0}.
d) o domínio de f é IR - {(™/2) + k™, com k Æ Z}
e) o período de f é ™/2.

92. (Ita) Seja a Æ IR com 0 < a < ™/2. A expressão {sen[(3™/4)+a]+sen[(3™/4)-a]}sen[(™/2)-a] é idêntica a:

a) [(Ë2) cotg£a] / (1 + cotg£a)
b) [(Ë2) cotg a] / (1 + cotg£a)
c) (Ë2) / (1 + cotg£a)
d) (1 + 3cotg a) / 2
e) (1 + 2cotg a) / (1 + cotg a)

93. (Uff) A expressão cos(x+™)+sen[(™/2)+x]-tg(-x)+cotg x, em que 0<x<™/2, é equivalente a:
a) 2/sen2x
b) x
c) 2cos2x
d) (tg x)/x
e) x cotg x

94. (Uerj) Observe o gráfico da função f, que possui uma imagem f(x)=|2sen(2x)| para cada x real.



a) Sendo C o ponto de interseção do gráfico com o eixo x, D a origem e åæ tangente ao gráfico de f, calcule a área do retângulo ABCD.

b) Mostre graficamente que a equação |2sen(2x)|=x£ tem três soluções.
Justifique a sua resposta.

95. (Uel) Para todo número real x, tal que 0 < x < ™/2 , a expressão (secx+tgx)/(cosx+cotgx) é equivalente a
a) (sen x) . (cotg x)
b) (sec x) . (cotg x)
c) (cos x) . (tg x)
d) (sec x) . (tg x)
e) (sen x) . (tg x)

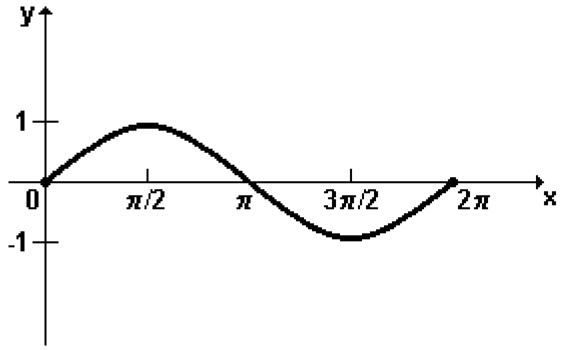
96. (Uece) Se um ângulo é igual ao seu complemento, então o seno deste ângulo é igual a:
a) 1/2
b) (Ë2)/2
c) (Ë3)/2
d) 1

97. (Ufsm) Seja f:]0, ™/2[ë IR a função definida por

f(x) = [sen(™+x)+tgx + cos(™/2 - x)]/cotgx.

Sabendo-se que senš = (Ë2)/3, com 0 < š < ™/2, então f(š) é igual a
a) (7Ë2)/2
b) 2/7
c) 7/2
d) 1
e) (Ë7)/2

98. (Ufsm) A função f(x) = sen x, x Æ IR, tem como gráfico a senóide que, no intervalo [0,2™], está representada na figura



Se g(x) = a sen 3x, onde a Æ IR e a · 0, assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmações a seguir.

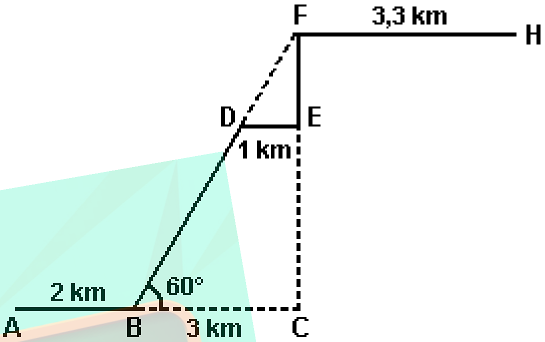
( ) O domínio da função g é igual ao domínio da função f, independente do valor de a.
( ) Para todo a, o conjunto imagem da função f está contido no conjunto imagem da função g.
( ) O período da função g é maior que o período da função f.

A seqüência correta é
a) V - F - F.
b) V - V - F.
c) F - V - V.
d) V - F - V.
e) F - V - F.

99. (Unioeste) Sobre a função f: IR → R, dada por f(x)=3cos2x, é correto afirmar que

01. f(0)=0.
02. é uma função periódica de período 2™.
04. o maior valor que f(x) assume é 6.
08. para todo x, |f(x)|´3.
16. para todo x, f(x)=3-6sen£x.
32. para todo x, f(x)=f(-x).

100. (Unesp) Ao chegar de viagem, uma pessoa tomou um táxi no aeroporto para se dirigir ao hotel. O percurso feito pelo táxi, representado pelos segmentos AB, BD, DE, EF e FH, está esboçado na figura, onde o ponto A indica o aeroporto, o ponto H indica o hotel, BCF é um triângulo retângulo com o ângulo reto em C, o ângulo no vértice B mede 60° e DE é paralelo a BC.



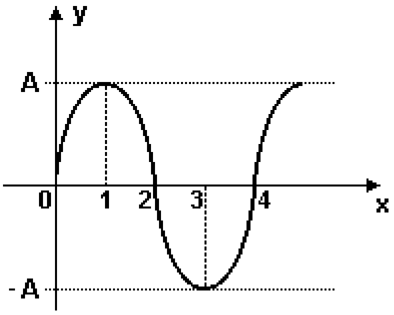
Assumindo o valor Ë3=1,7 e sabendo-se que AB=2km, BC=3km, DE=1km e FH=3,3km, determine

a) as medidas dos segmentos BD e EF em quilômetros;

b) o preço que a pessoa pagou pela corrida (em reais), sabendo-se que o valor da corrida do táxi é dado pela função y=4+0,8x sendo x a distância percorrida em quilômetros e y o valor da corrida em reais.

101. (Unesp) Se x é a medida de um ângulo em radianos e
™/2<x<3™/4, então
a) cos x > 0.
b) cos 2x < 0.
c) tgx > 0.
d) sen x < 0.
e) sen 2x > 0.

102. (Ufsm)



O gráfico representa a função

a) y = 2A (sen x + cos x)

b) y = (A/2) (sen(™/2)x + cos (™x/2)

c) y = -A cos [2™x + (™/2)]

d) y = A sen [(™x/2) - ™/2]

e) y = A cos [(™x/2) + (3™/2)]

103. (Ufg) Determine todos os valores de x no intervalo [0,2™], para os quais, cos x, sen x, [(Ë2)/2] tg x formem, nesta ordem, uma Progressão Geométrica.

104. (Ufsc) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S):

01. Se tg x=3/4 e ™<x<3™/2, então o valor de senx-cosx é igual a 1/5.

02. A menor determinação positiva de um arco de 1000° é 280°.

04. Os valores de m, de modo que a expressão senx=2m-5 exista, estão no intervalo [2,3].

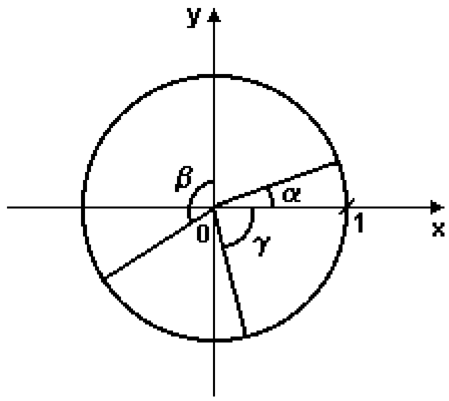
08. sen x > cos x para -™/4 ¯ x ¯ ™/4.

16. A medida em radianos de um arco de 225° é (11™)/(6rad).

32. Se sen x > 0, então cosec x < 0.

64. A solução da equação 2sen£x + 3sen x = 2 para 0¯x¯2™ é x=™/6 ou x=5™/6.

105. (Uff) Considere os ângulos ‘, ’ e - conforme representados no círculo.



Pode-se afirmar que:

a) cos ‘ < cos ’

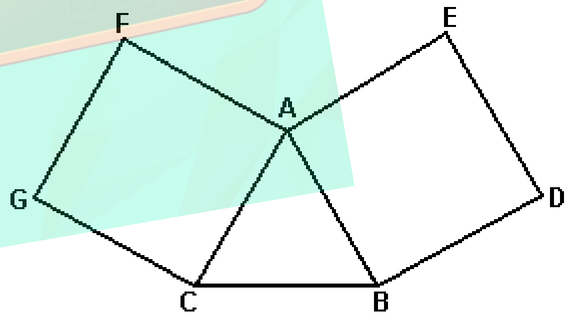
b) cos - > cos ‘

c) sen ‘ > sen ’

d) sen ’ < cos -

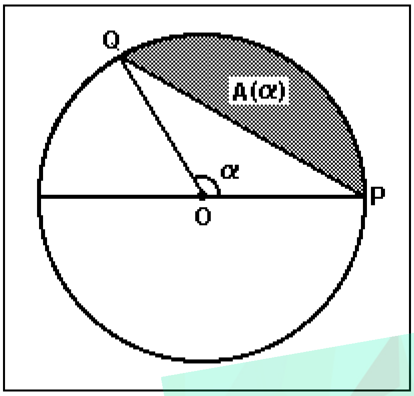
e) cos ’ < cos -

106. (Unirio) Na figura a seguir, o triângulo ABC é eqüilátero de lado Ø, ABDE e AFGC são quadrados. Calcule a distância DG, em função de Ø.



107. (Uff) Dados os ângulos ‘ e ’ tais que ‘, ’ Æ [0, ™/2], cos ‘=1/2 e cos’ =(Ë3)/2, resolva a equação: sen(x- ‘)=sen(x-’)

108. (Unb) No sistema de coordenadas xOy, considere a circunferência de centro na origem e de raio igual a 1. A cada ângulo central ‘ no intervalo [0,™], represente por A(‘) a área delimitada pelo arco da circunferência e o segmento de reta que liga os pontos P e Q, como ilustrado na figura a seguir.



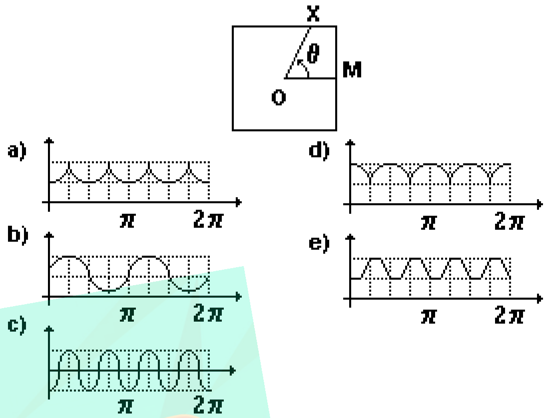
Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

(1) A área A é uma função crescente do ângulo central ‘.
(2) 1/4 < A(™/2) < 1/2
(3) A(‘) = 1/2(‘ - sen ‘)

109. (Uepg) Assinale o que for correto.

01) Se senx = 2k-4 , então {k Æ IR/1/2 ´ k ´ 3/2}
02) O domínio da função f(x) = secx é D = {xÆIR/x - k™, com kÆZ}
04) O valor mínimo da função f(x) = 2+5cos3x é -3
08) O período da função f(x) = cos(4x/5) é 5™/4rd
16) A imagem da função f(x) = cossec x é o intervalo (-¶,-1]»[1,+¶)

110. (Fuvest) O quadrado adiante tem O como centro e M como ponto médio de um de seus lados. Para cada ponto X pertencente aos lados do quadrado, seja š o ângulo MÔX, medido em radianos, no sentido anti-horário. O gráfico que melhor representa a distância de O a X, em função de š, é:



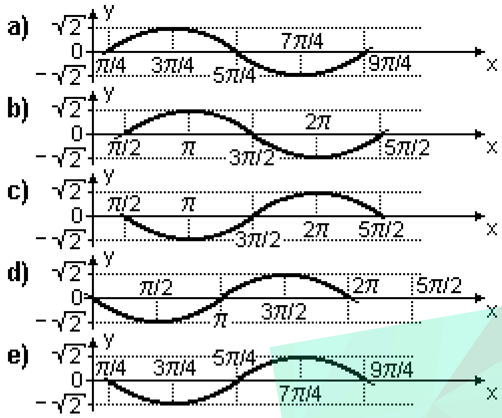
111. (Unifesp) Seja a função f: IR ê IR, dada por f(x) = sen x.
Considere as afirmações seguintes.

1. A função f(x) é uma função par, isto é, f(x)=f(-x), para todo x real.
2. A função f(x) é periódica de período 2™, isto é, f(x+2™)=f(x), para todo x real.
3. A função f(x) é sobrejetora.
4. f(0) = 0, f(™/3) = (Ë3)/2 e f(™/2) = 1.

São verdadeiras as afirmações
a) 1 e 3, apenas.
b) 3 e 4, apenas.
c) 2 e 4, apenas.
d) 1, 2 e 3, apenas.
e) 1, 2, 3 e 4.

112. (Fatec) O gráfico que melhor representa a função f, de IR em IR, definida por f(x)=cosx - senx está na alternativa:

Dados:
cos a - cos b = - 2 sen [(a+b)/2] sen [(a-b)/2]
sen a - sen b = 2 sen [(a-b)/2] cos [(a+b)/2]



113. (Ita) Seja f: IR → P (IR) dada por

f(x) = {y Æ IR; sen y < x}.

Se A é tal que f(x) = IR, ¯ x Æ A, então
a) A = [-1, 1].
b) A = [a, ¶), ¯ a > 1.
c) A = [a, ¶), ¯ a µ 1.
d) A = (-¶, a], ¯ a < -1.
e) A = (-¶, a], ¯ a ´ -1.

114. (Ufv) Se f é a função real dada por f(x)= 2 - cos (4x), então é CORRETO afirmar que:
a) f(x) ´ 3 e f(x) µ 1, para todo x Æ IR.
b) o gráfico de f intercepta o eixo dos x.
c) f(x) ´ 2 para todo x Æ IR.
d) f(2) < 0.
e) f(x) µ 3/2 para todo x Æ IR.

115. (Ufu) Encontre o valor máximo e o valor mínimo que a função f(x) = (cos x)§ + (sen x)§ pode assumir.

Observação:

Lembre-se de que a¤+b¤=(a+b)((a+b)£ - 3ab).

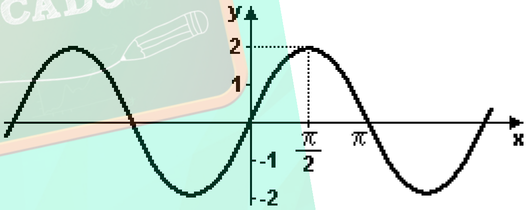
116. (Pucpr) Se f(x) = sen x, x Æ IR, então:

a) 0 < f(6) < 1/2
b) -1/2 < f(6) < 0
c) -1 < f(6) < -1/2
d) 1/2 < f(6) < -1/2
e) -(Ë3)/2 < f(6) < -1/2

117. (Puc-rio) a) Esboce os gráficos de y=sen(x) e de y=cos(x).

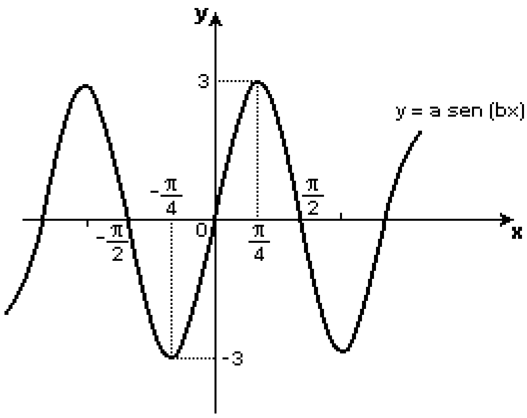
b) Para quantos valores de x entre 0 e 2™ temos sen(x)=2cos(x)?

118. (Uel) O gráfico abaixo corresponde à função:
a) y = 2 sen x
b) y = sen (2x)
c) y = sen x + 2
d) y = sen (x/2)
e) y = sen (4x)



119. (Ufrrj) Determine os valores reais de k, de modo que a equação 2-3cosx=k-4 admita solução.

120. (Ufrn) A figura abaixo representa o gráfico da função y=asen(bx), onde a‚0 e b>0.



Para o menor valor possível de b, os valores de a e b são, respectivamente:

a) - 3 e 2

b) 3 e 2

c) 3 e 1/2

d) - 3 e 1/2

121. (Fei) A seqüência de valores:

sen (™/2), sen (™/3), sen (™/4), ..., sen (™/n), ... :

a) é estritamente crescente

b) é estritamente decrescente

c) possui valores negativos

d) possui valores iguais

e) é uma progressão aritmética

122. (Fei) Na estação de trabalho de pintura de peças de uma fábrica, a pressão em um tambor de ar comprimido varia com o tempo conforme a expressão P(t)=50+50sen[t-(™/2)], t>0.

Assinale a alternativa em que o instante t corresponda ao valor mínimo da pressão.

a) t = ™/2

b) t = ™

c) t = 3™/2

d) t = 2™

e) t = 3™

123. (Pucpr) O determinante

a) 1

b) cos£ ‘ cos£’ cos£-

c) (cos ‘ cos’ cos-)•£

d) tg£ ‘ sec£ ‘ + tg£’ sec£’ + tg£- sec£-

e) 0

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ tg^2\alpha & tg^2\beta & tg^2\gamma \\ \dfrac{1}{\cos^2\alpha} & \dfrac{1}{\cos^2\beta} & \dfrac{1}{\cos^2\gamma} \end{vmatrix} \quad \text{vale:}$$

124. (Ufc) Considere a igualdade tgx=cotgx+[P.(2-sec£x)/2tgx]. Assinale a opção que apresenta o valor de P, para o qual a igualdade acima seja válida para todo xÆR, x‚k™/2, k inteiro.

a) 2.

b) 1.

c) 0.

d) -1.

e) -2.

125. (Fatec) A diferença entre o maior e o menor valor de šÆ[0, 2™] na equação 2sen£š+3senš=2, é

a) ™/3

b) 2™/3

c) 4™/3

d) 5™/3

e) 7™/3

126. (Uel) Se a medida x de um arco é tal que ™/2 < x < ™, então

a) sen (x + ™) > 0

b) cos (x + ™) < 0

c) tg (x + ™) > 0

d) cos (x + 2™) > 0

e) sen (x + 2™) > 0

127. (Ufc) Determine o menor valor real positivo de x para o qual a função real de variável real definida por f(x) = 7 - cos[x + (™/3)] atinge seu valor máximo.

128. (Unirio) Seja f: R ë R, onde R denota o conjunto dos números reais, uma função definida por f(x)=[3/(4+cosx)]+1. O menor e o maior valor de f(x), respectivamente, são:

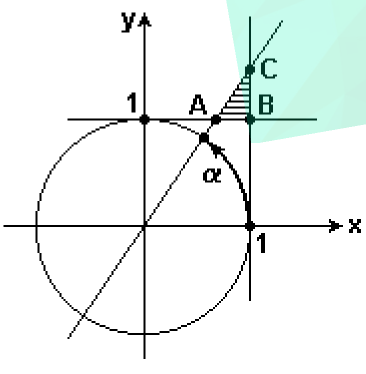
a) 1, 6 e 2
b) 1, 4 e 3
c) 1, 6 e 3
d) 1, 4 e 1,6
e) 2 e 3

129. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) sen x ´ x para todo x Æ [0, ™/2].
(02) sen x + cos x µ 1 para todo x Æ [0, ™/2].
(04) Para qualquer arco x pertencente à interseção dos domínios das funções trigonométricas vale a igualdade (cosec£x/cotg£x)=sec£x.
(08) Os gráficos das funções f(x)=sen x e f, (x)=5sen x se interceptam numa infinidade de pontos.
(16) Os gráficos das funções g•(x)=cos x e g, (x)=3+cos x não possuem ponto em comum.
(32) Os gráficos das funções h(x)=sen x e h, (x)=sen (x+1) se interceptam numa infinidade de pontos.

Soma (   )

130. (Unifesp) Com base na figura, que representa o círculo trigonométrico e os eixos da tangente e da cotangente,



a) calcule a área do triângulo ABC, para ‘=™/3.
b) determine a área do triângulo ABC, em função de ‘, ™/4 < ‘ < ™/2.

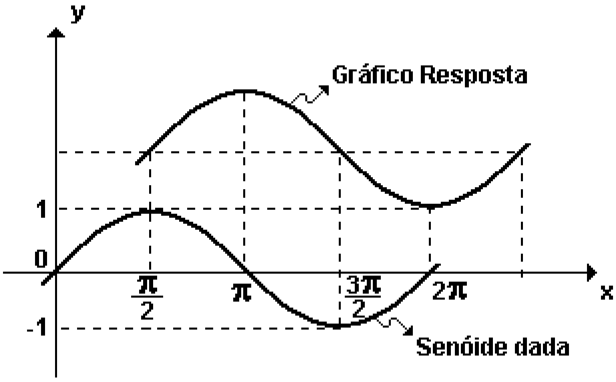
131. (Unesp) Uma máquina produz diariamente x dezenas de certo tipo de peças. Sabe-se que o custo de produção C(x) e o valor de venda V(x) são dados, aproximadamente, em milhares de reais, respectivamente, pelas funções C(x)=2-cos(x™/6) e V(x)=3(Ë2) sen (x™/12), 0´x´6.

O lucro, em reais, obtido na produção de 3 dezenas de peças é

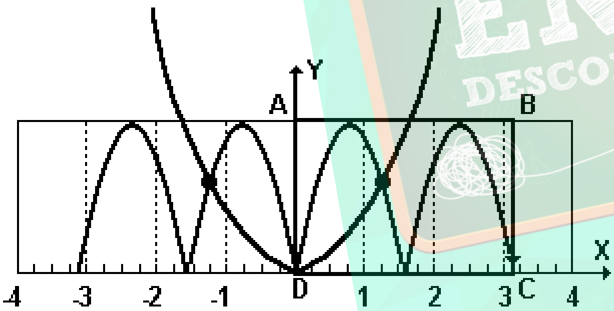
a) 500.
b) 750.
c) 1 000.
d) 2 000.
e) 3 000.

GABARITO

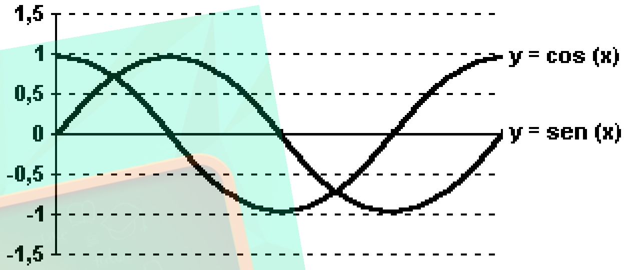
1. V F F F
2. V F V
3. 02 + 04 + 16 = 22
4. A
5. 492 bilhões de dólares.
6. 6
7. D
8. A
9. E
10. A
11. E
12. C
13. D
14. B
15. D
16. D
17. a) (k,m,n) Æ {(2,3,-2); (2,3,2); (-2,-3,-2); (-2,-3, 2)}
b) {0, ™/4, ™/3, 2™/3, 3™/4 e ™}
18. V = { (0, 0), (0, ™), (™, 0), (™, ™), (™/2, ™/2) }
19. C
20. D
21. D
22. a) f (0,3) = 0,955
b) 0,955 ´ cos 0,3 ´ 0,955 + 0,0003375 Ì
Ì 0 ´ cos 0,3 - 0,955 ´ 0,0003375 < 0,001, logo o erro é inferior a 0,001.
Como 0,9550 ´ cos 0,3 < 0,9554, o valor calculado é exato até a terceira casa decimal, portanto é exato até a segunda casa decimal.
23. AC = 120 m
24. D
25. D
26. C
27. B
28. a) V = { 0; ™/9; ™/2; 5™/9; 7™/9; ™ }
b) O maior valor da f é menor do que 8/5, portanto a reta de equação y=8/5 não intercepta o gráfico da função.
29. D
30. A
31. C
32. C
33. A
34. C
35. D
36. V = { ™/6, ™/3 }
37. B
38. A
39. D
40. C
41. E
42. A
43. A
44. A
45. B
46. E
47. D
48. B
49. A
50. C
51. B
52. 25
53. F V V F F
54. V F V F F
55. B
56. D
57. E
58. D
59. D
60. D
61. C
62. B
63. A
64. C
65. A
66. A
67. E
68. B
69. B
70. C
71. C
72. C
73. B
74. B
75. A
76. B
77. A
78. a) 3.sen ‘ - 4 . sen¤ ‘
b) S = { ‘ Æ IR | 0 < ™/6 ou 5™/6 < ‘ < ™}
79. F V V V
80. C
81. A
82. E
83. C
84. Observe a figura a seguir.



85. V V V F
86. D
87. D
88. V V F
89. E
90. D
91. E
92. A
93. A
94. a) Área (ABCD) = 2™
b) Observe o gráfico a seguir



A interseção do gráfico de f com o da função y=x£ é um conjunto de três pontos, logo essa equação tem 3 raízes.
95. D
96. B
97. B
98. A
99. F F F V V V
100. a) BD = 4 km e EF = 1,7 km
b) R$13,60
101. B
102. E
103. x Æ {0; ™/4; 3™/4; ™; 2™}
104. 01 + 02 + 04 + 64 = 71
105. E
106. Ø (Ë3 + 1)
107. x = k™ - ™/4, k Æ Z
108. V V V
109. 20
110. A
111. C
112. E
113. B
114. A
115. 1/4 ´ f(x) ´ 1
116. B
117. a) Observe o gráfico a seguir:



b) Para dois valores.
118. A
119. 3 ´ k ´ 9
120. B
121. B
122. D
123. E
124. E
125. B
126. E
127. x = 2™/3
128. A
129. 01 + 02 + 04 + 08 + 16 + 32 = 63
130. a) (2Ë3/3) - 1
b) 1/2 . (1 - cotg ‘) (tg ‘ - 1)
131. C